



TEKNILLINEN KORKEAKOULU
Automaatio- ja systeemitekniikan osasto

Joonas Varso

SUMEA LOGIIKKA MONIMUUTTUJASÄÄDÖN
VAHVISTUSTAULUKOINNISSA

Diplomityö, joka on jätetty opinnäytteenä tarkastettavaksi diplomi-insinöörin
tutkintoa varten Espoossa 15.8.2005.

Työn valvoja: professori Heikki N. Koivo

Alkusanat

Tämä diplomityö on tehty Teknillisen korkeakoulun Systeemitekniikan laboratoriossa. Työn tavoitteena on ollut selvittää sumean logiikan käyttöä monimuuttujasäädön vahvistustaulukoinnissa.

Haluan kiittää työn valvojaa professori Heikki N. Koivoa mielenkiintoisesta aiheesta sekä kannustuksesta ja neuvoista työn aikana.

Laboratorion henkilökunnalle haluan myös osoittaa kiitokseni mainiosta työilmapiiristä. Erityisesti huoneen A135 vaikutus oli merkittävä, kiitos Jarmo ja Tuomas.

Lisäksi suuret kiitokset Merjalle (ja Jerelle myös) sekä vanhemmilleni saamastani tuesta, ymmärryksestä ja ennen kaikkea kannustuksesta, jota ilman tämä työ ei olisi valmis-

Espoossa 15.8.2005



Joonas Varso

Sisällysluettelo

Alkusanat	2
Sisällysluettelo.....	3
Tiivistelmä	5
Abstract	6
Käytetyt merkinnät	7
1 Johdanto.....	9
2 Sumea logiikka	11
2.1 Sumeat joukot	11
2.2 Sumeat joukko-operaatiot	13
2.3 Sumeat loogiset operaatiot	14
2.4 Sumea kielellinen muuttuja.....	15
2.5 Sumea päättely	16
3 Sumea säätö	18
3.1 Sumea säätäjä	18
3.2 Sumean säätäjän parametrisoiminen.....	21
3.3 Sumea parametrien taulukointi	22
4 Epälineaarinen monimuuttujajärjestelmä	25
4.1 Monimuuttujajärjestelmä	25
4.2 Relative Gain Array (RGA)	34
4.3 Säätöratkaisuja monimuuttujajärjestelmille.....	35
4.4 Epälineaariset järjestelmät	36
4.5 Säätöratkaisuja epälineaarisille järjestelmille	37

4.6	Simuloitu esimerkki	40
5	Testausprosessi	57
5.1	Lämmitysprosessi	57
5.2	Prosessin mallintaminen	60
6	Kokeelliset tulokset	66
6.1	Tavoitteet	66
6.2	Säätimen toteutus	66
6.3	Tulokset.....	71
7	Yhteenveto	81
	Lähdeluettelo	84

TEKNILLINEN KORKEAKOULU		DIPLOMITYÖN TIIVISTELMÄ	
Automaatio- ja systeemitekniikan osasto			
Tekijä: Joonas Varso		Päiväys: 15.8.2005	
		Sivumäärä: 85	
Työn nimi: Sumea logiikka monimuuttujasäädön vahvistustaulukoinnissa			
Professuuri: AS-74 Systeemitekniikka			
Työn valvoja: Prof. Heikki N. Koivo			
<p>Epälineaaristen järjestelmien ja monimuuttujajärjestelmien säätäminen voi olla jo erikseenkin varsin hankalaa. Kun nämä ominaisuudet yhdistetään, saadaan ongelma, johon on kehitetty vain vähän ratkaisuja. Tässä työssä käsitellään sumean logiikan käyttöä epälineaarisen monimuuttujajärjestelmän vahvistustaulukointiin. Menetelmää testataan simulointimallilla ja todellisella lämmitysprosessilla.</p> <p>Epälineaaristen järjestelmien säätö toteutetaan tässä työssä siten, että lineaarinen säädin viritetään valituissa järjestelmän toimintapisteissä, joita valitaan toiminta-alueelta riittävän paljon epälineaarisuuden kuvaamiseksi. Vahvistustaulukoinnilla tarkoitetaan sitä, että viritetyt parametrit taulukoidaan ja globaali säädin tarkkailee järjestelmän toimintapistettä ja valitsee taulukosta säätimelle sopivat parametrit.</p> <p>Monimuuttujajärjestelmien säädössä ongelmaksi nousevat ristikkäisvaikutukset, jotka mahdollisesti estävät järjestelmän säätämisen yksikkösäätimillä erillisille silmukoille. Monimuuttujasäätöön, joka ottaa nämä ristikkäisvaikutukset huomioon, käytetään MIMO PI-säädintä. Sille on kehitetty useita automaattisia viritysmenetelmiä. Sumea logiikka soveltuu hyvin vahvistustaulukointiin, koska prosessin toimintatilan vaihtuminen on luonteeltaankin epämääräistä.</p> <p>Testattaessa suunniteltua säädintä simuloidulla mallilla havaitaan, että suunniteltu säädin pystyy hyvin kompensoimaan ristikkäisvaikutukset. Todellisella prosessilla ristikkäisvaikutusten kompensointi onnistuu myös hyvin, mutta mallivirhe heikentää tulosta.</p>			
Avainsanat: sumea logiikka, monimuuttuja, vahvistustaulukointi, epälineaarisuus, ristikkäisvaikutus			

HELSINKI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY Department of Automation and Systems Technology		ABSTRACT OF THE MASTER'S THESIS
Author: Joonas Varso		Date: 15.8.2005
		Number of pages: 85
Name of the Thesis: Fuzzy logic in gain scheduling of multivariable control		
Professorship: AS-74 Control Engineering		
Supervisor: Prof. Heikki N. Koivo		
<p>Controlling nonlinear systems is very difficult. Multivariable case makes control even harder. Thereby, combining these characteristics results in a problem, which can be solved explicitly very seldom. In this work use of fuzzy logic in gain scheduling of nonlinear and multivariable process is discussed. The developed method is tested using simulation a model and real heating process.</p> <p>A linear controller is used in this work to control nonlinear system so that the controller is tuned at chosen operating points, which are selected to cover nonlinearity of the process. The gain scheduling means that the tuned parameters of the controller are collected into a table and the global controller observes the state of the process and chooses proper parameters from the table.</p> <p>In multivariable control the biggest problems appear in interactions, which often are the reason not to use scalar controllers. To overcome these interactions a multivariable PI controller is used. Many tuning methods for multivariable PI controllers have been developed. Fuzzy logic fits very well for gain scheduling, because the change of the state of the process is uncertain by nature.</p> <p>When testing the developed controller using a simulation model one can see that the controller can compensates the interactions very well. Using the real process the compensation of the interactions succeeds as well, but model error degrades results.</p>		
Keywords: fuzzy logic, multivariable, gain scheduling, nonlinearity, interaction		

Käytetyt merkinnät

Sumeaan logiikkaan ja sumeaan säätöön liittyvät merkinnät

X	perusjoukko
x	perusjoukon X alkio
A	sumea joukko
μ	jäsenyysfunktio
μ_A	sumean joukon A jäsenyysfunktio
T	T-normi
S	S-normi (T-conormi)
$e(k)$	diskreettiaikainen erosuure hetkellä k
$\Delta e(k)$	diskreettiaikainen erosuureen muutos hetkellä k
$u(k)$	diskreettiaikainen ohjaus hetkellä k
$\Delta u(k)$	diskreettiaikainen ohjauksen muutos hetkellä k
$r(k)$	diskreettiaikainen asetusarvo hetkellä k
p_x	parametrisointivektori jäsenyysfunktioille
p_z	parametrisointivektori sumean säätäjän ulostulolle
θ	matriisi, johon on koottuna säätäjän parametrit
$F(\cdot)$	sumea kuvaus

Epälineaarisiin ja monimuuttujaprosesseihin liittyvät merkinnät

$y(t)$	ulostulovektori hetkellä t
$u(t)$	ohjausvektori (sisäänmenovektori) hetkellä t
$x(t)$	tilavektori hetkellä t
p	derivointioperaattori
$Y(s)$	ulostulovektorin Laplace-muunnos
$U(s)$	ohjausvektorin Laplace-muunnos

$G(s)$	siirtofunktio­matriisi
$G_{ij}(s)$	siirtofunktio­matriisin i :nnen rivin j :nnen sarakkeen siirtofunktio
A, B, C, D	tilayhtälön matriisit
S	ohjattavuusmatriisi
O	tarkkailtavuusmatriisi
$ z(t) ^2$	signaalin $z(t)$ vektorinormi hetkellä t
$\ z\ _\infty$	signaalin $z(t)$ ääretönnormi
$\ z\ _2^2$	signaalin $z(t)$ 2-normi
F^*	matriisin F hermitointi
$\bar{\sigma}$	suurin singulaariarvo
$\underline{\sigma}$	pienin singulaariarvo
Λ	RGA-matriisi
λ_{ij}	RGA-matriisin i :nnen rivin j :nnen sarakkeen alkion arvo
k_{ij}	siirtofunktio­matriisin i :nnen rivin j :nnen sarakkeen vahvistus
τ_{ij}	siirtofunktio­matriisin i :nnen rivin j :nnen sarakkeen aikavakio
K, I, D	MIMO PID-säätimen kerroinmatriisit
$K_{jk}^{(i)}$	i :nnen säännön vahvistusmatriisin j :nnen rivin k :nnen sarakkeen arvo
K_{SISO}	diagonaalimatriisi yksikkösäätimien vahvistusosille
I_{SISO}	diagonaalimatriisi yksikkösäätimien integrointiosille
J	kustannusfunktio

Käytetyt lyhenteet

BIBO	Bounded Input, Bounded Output
FL	Fuzzy Logic
FLC	Fuzzy Logic Controller
MIMO	Multiple Input, Multiple Output
RGA	Relative Gain Array
SISO	Single Input, Single Output

Luku 1

Johdanto

Epälineaaristen prosessien säätö voi tunnetusti olla hankalaa. Lisäksi kun prosessit ovat yleensä vielä monimuuttujaprosesseja, hyvän säätöratkaisun löytäminen voi olla erittäin vaikeaa.

Sumea logiikka on jo pitkään ollut yksi menetelmä vaikeasti säädettävien prosessien säädössä. Erityisesti säädettäessä prosesseja, joille on vaikea muodostaa mallia pohjautuen fysikaalisiin lainalaisuuksiin, sumea logiikka on ollut hyvä vaihtoehto. Prosesseja, joita operaattorit ovat ohjanneet käsin vankan prosessitietämyksen perusteella, on voitu siirtää automaattisen säädön piiriin muuttamalla operaattoreiden tietämys sumean logiikan säännöiksi varsin suoraviivaisesti.

Monimuuttujajärjestelmiä säädettäessä säätimen suunnittelu vaikeutuu huomattavasti jo kahden sisäänmenon ja kahden ulostulon yksinkertaisella järjestelmällä edellyttäen, että järjestelmän ristikkäisvaikutukset ovat merkittäviä. Monimuuttujasäätimien viritysmenetelmiä on kehitetty jo jonkin aikaa, mutta vieläkin niiden menestyksenkäs käyttö teollisuudessa on varsin vähäistä. Monimuuttujasäätö onkin edelleen varsin mielenkiintoinen tutkimuksen kohde.

Mikäli monimuuttujajärjestelmä on epälineaarinen joudutaan jo varsin hankalan säätöongelman eteen. Ongelman ratkaisemiseksi on tässä työssä esitelty sumean logiikan käyttö monimuuttujasäätäjän parametrien vahvistustaulukoinnissa.

Vahvistustaulukointi on menetelmä, jolla epälineaarista järjestelmää säädetään lineaarisilla säätäjillä. Valittuihin toimintapisteisiin viritetään lineaarinen säädin, jonka parametrit taulukoidaan. Globaalin järjestelmän säädin toimii niin, että prosessin tilaa tarkkaillaan ja säätäjälle valitaan sopivat parametrit taulukosta. Monimuuttujatapaukseen laajennus on suoraviivainen; säätäjän parametreja on vain enemmän. Toimintapisteiden valinnassa dimensiot kasvavat eksponentiaalisesti.

Koska prosessin tilan vaihtuminen toimintapisteestä toiseen on luonteeltaan varsin epämääräistä, soveltuu sumea logiikka hyvin säätimen parametrien valitsemiseen. Valinta voitaisiin tehdä myös käyttämällä esimerkiksi lineaarista interpolaatiota parametrien välillä. Sumea logiikka kuitenkin pehmentää parametrien muutoksia tuottaen näin vaakaamman ja paremmin käyttäytyvän säätimen.

Tässä työssä suunniteltua säädintä testataan yksinkertaisella simulointimallilla ja todellisella lämmitysprosessilla. Malli ja todellinen prosessi ovat epälineaarisia kahden sisäänmenon ja kahden ulostulon monimuuttujajärjestelmiä. Säätotulosta vertaillaan yhteen toimintapisteeseen viritettyyn MIMO PI-säätimeen sekä yksikkösäätimin toteutettuun säätöön. Säätekriteereistä keskitytään säätimien kykyyn poistaa ristikkäisvaikutus prosessin ulostuloista.

Työ on jaettu osiin seuraavasti: Luvussa 2 esitellään perusteet sumealle logiikalle. Luvussa 3 kuvaillaan sumeaa säätöä ja sumeaa vahvistustaulukointia. Monimuuttujajärjestelmien ja epälineaaristen järjestelmien analyysi tehdään luvussa 4. Testausprosessi esitellään luvussa 5 ja kokeelliset tulokset luvussa 6. Työn yhteenveto on esitetty luvussa 7.

Luku 2

Sumea logiikka

Sumea logiikka (*fuzzy logic*) on menetelmä, jolla epämääräisiä asioita voidaan kuvata täsmällisesti matemaattisin keinoin. Lotfi Zadeh esitteli sumeiden joukkojen teorian jo kuusikymmentäluvulla [20]. Nykypäivänä logiikkaa käytetään erityisesti säätötekniikan alueella, vaikeasti säädettävien prosessien ohjauksessa.

Sumea logiikka on moniarvoinen logiikka toisin kuin perinteinen logiikka, jossa muuttuja joko kuuluu tai ei kuulu joukkoon X . Toisin sanoen muuttujan totuusarvo on joko 1 tai 0. Sumeassa logiikassa muuttuja voi kuulua joukkoon X osittain. Tällöin muuttujan totuusarvo voi saada arvoja myös 1:n ja 0:n väliltä. Seuraavaksi lyhyt johdatus sumeaan logiikkaan.

2.1 Sumeat joukot

Olkoon X pisteiden (alkioiden) joukko, jonka elementtiä merkitään x . Tällöin $X = \{x\}$. Sumean joukon A määrittelee jäsenyysfunktio (*membership function*) μ_A , joka kuvaa jokaisen pisteen X :ssä välille $[0, 1]$ siten, että μ_A :n arvo kohdassa x edustaa x :n jäsenyyden suuruutta A :ssa [20]

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]. \quad (2.1)$$

Voidaan siis sanoa, että mitä lähempänä jäsenyysfunktion arvo on ykköstä, sitä suurempi on x :n jäsenyys A :ssa.

Sumea joukko A voidaan myös esittää muuttujan x ja sen jäsenyysfunktion jäsenyyden järjestettyinä pareina [9]

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}. \quad (2.2)$$

Sumean joukon funktionaalisella määrittelyllä tarkoitetaan jäsenyysfunktion määrittämistä jonkin tietyn funktion avulla. Tähän pohjautuen sumea joukko A voidaan esittää [20]

$$A = \int_X \mu_A(x) / x, \quad (2.3)$$

missä $\mu_A(x) / x$ tarkoittaa jäsenyysfunktion arvoa tietyllä muuttujan x arvolla ja \int tarkoittaa parien $(x, \mu_A(x))$ yhdistettä.

Jäsenyysfunktion muotoa ei ole määrätty. Yleisimmin käytettyjä jäsenyysfunktioita ovat kolmio, kellokäyrä, puolisuunnikas ja pylväs eli sumea yksikköjoukko (ks. kuva 2.1).

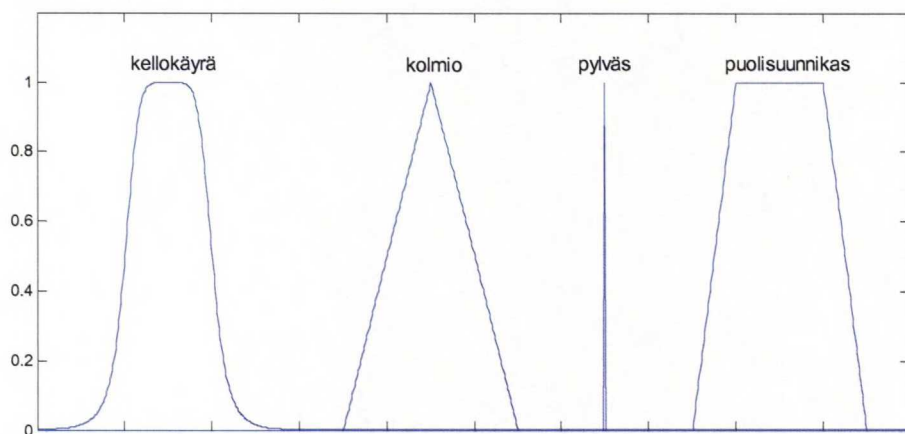
Sumeiden joukkojen normaalius ja konveksius määritellään jäsenyysfunktioiden avulla [9]. Sumea joukko A on normaali, jos

$$\max_{x \in X} \mu_A(x) = 1 \quad (2.4)$$

ja konvekksi, jos

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)), \quad (2.5)$$

jossa $x_1, x_2 \in X$ ja $\lambda \in [0, 1]$.



Kuva 2.1 Yleisimmin käytettyjä jäsenyysfunktioita

2.2 Sumeat joukko-operaatiot

Olkoon A ja B sumeita joukkoja. Ne on määritelty perusjoukossa X jäsenyysfunktioillaan μ_A ja μ_B . Joukko-operaatiot sumeille joukoille määritellään seuraavassa [9].

Sumeiden joukkojen A ja B yhdiste on määritelty pisteittäin:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \forall x \in X. \quad (2.6)$$

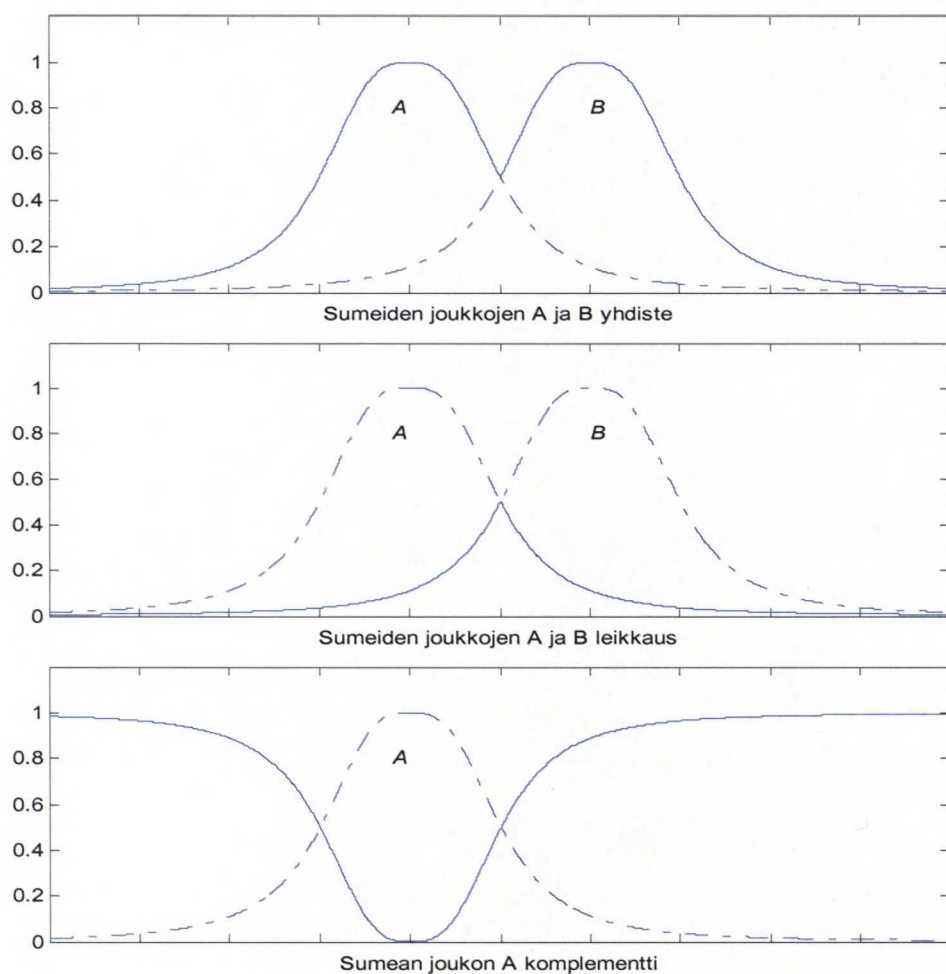
Sumeiden joukkojen A ja B leikkaus on määritelty pisteittäin:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \forall x \in X. \quad (2.7)$$

Sumean joukon A komplementti on määritelty pisteittäin:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \forall x \in X. \quad (2.8)$$

Edellä mainitut joukko-operaatiot esitetään kuvassa 2.2.



Kuva 2.2 Sumeiden joukkojen A ja B jäsenyysfunktioiden yhdiste ja leikkaus sekä A :n komplementti

2.3 Sumeat loogiset operaatiot

Loogiset operaatiot *tai*, *ja* ja *ei* määritellään sumeille joukoille seuraavasti. Sumeiden joukkojen A ja B välisen loogisen operaation *tai* jäsenyyshunktio määritellään [9]:

$$\mu_{A \vee B}(x, y) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}, \forall x \in X \wedge y \in Y. \quad (2.9)$$

Sumeiden joukkojen A ja B välisen loogisen operaation *ja* jäsenyyshunktio määritellään:

$$\mu_{A \wedge B}(x, y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}, \forall x \in X \wedge y \in Y. \quad (2.10)$$

Loogisen operaation *ei* jäsenyyshunktio sumeassa joukossa A määritellään:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \forall x \in X. \quad (2.11)$$

Edellä mainitut sumeiden joukkojen leikkaus ja yhdiste voidaan esittää yleisessä muodossa T -normina (*triangular norm*) ja T -conormina (*triangular conorm*) [18]. (T -conormista käytetään myös merkintää S -normi.) T -normi on kuvaus

$$T : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1], \quad (2.12)$$

jos se täyttää kriteerit

$$T(a, b) = T(b, a) \quad (2.13)$$

$$T(a, b) \leq T(a, c), \text{ jos } b \leq c \quad (2.14)$$

$$T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c) \quad (2.15)$$

$$T(a, 1) = a, \quad (2.16)$$

joissa kaikille $a, b, c \in [0, 1]$. T -normia voidaan käyttää toteuttamaan sumeiden joukkojen leikkaus tai sumea looginen operaatio *ja*.

Vastaavasti T -conormi on kuvaus

$$S : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1], \quad (2.17)$$

jos se täyttää kriteerit

$$S(a, b) = S(b, a) \quad (2.18)$$

$$S(a, b) \leq S(a, c), \text{ jos } b \leq c \quad (2.19)$$

$$S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c) \quad (2.20)$$

$$S(a, 0) = a, \quad (2.21)$$

joissa kaikille $a, b, c \in [0, 1]$. T -conormia voidaan käyttää toteuttamaan sumeiden joukkojen yhdiste tai sumea looginen operaatio *tai*.

2.4 Sumea kielellinen muuttuja

Sumea muuttuja määritellään usein käyttäen kielellistä ilmausta. Kielellinen muuttuja voi olla esimerkiksi huoneen lämpötila, jota voidaan kuvata seuraavasti:

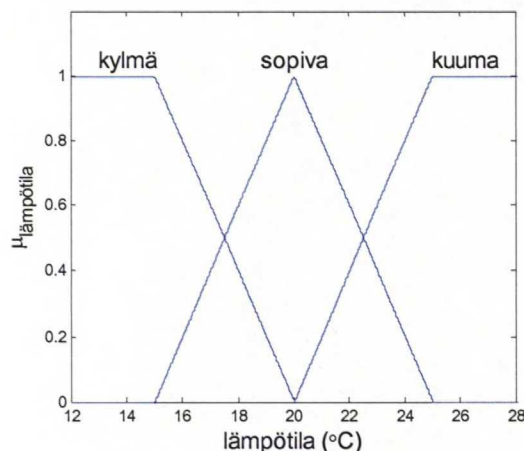
$$\text{lämpötila} = \{\text{kylmä, sopiva, kuuma}\} \quad (2.22)$$

Termit ”kylmä” voidaan tulkita ”lämpötila alle 15 astetta”, termi ”sopiva” voisi olla ”lämpötila lähellä 20 astetta” ja termin ”kuuma” voisi tulkita ”lämpötila yli 25 astetta” [9]. Kielelliset termit voidaan korvata sumeilla joukoilla, jolloin *lämpötila*-muuttujan sumea joukko on:

$$T = [\mu_{kylmä}(T), \mu_{sopiva}(T), \mu_{kuuma}(T)] \quad (2.23)$$

missä $\mu_{kylmä}$ on termiä *kylmä* kuvaavan sumean joukon määrittelevä jäsenyysfunktio.

Kuvassa 2.3 on esimerkki mahdollisista jäsenyysfunktioista, $\mu_{\text{lämpötila}}$. Näin kielellinen muuttuja on kuvattu matemaattisesti ja siihen voidaan soveltaa sumeaa päättelyä.



Kuva 2.3 Sumean muuttujan *lämpötila* jäsenyysfunktiot

2.5 Sumea päättely

Sumea päättely (*fuzzy reasoning*) tehdään sisääntulomuuttujien ja sääntöjen perusteella [18]. Päättelyssä käytetään kahdenlaista menetelmää [9]: yleistettyä eteenpäin päättelyä (*generalized modus ponens, GMP*) ja yleistettyä taaksepäin päättelyä (*generalized modus tollens, GMT*):

ehto 1: x on A'
ehto 2: jos x on A niin y on B (GMP)
johtopäätös: y on B'

ehto 1: y on B'
ehto 2: jos x on A niin y on B (GMT)
johtopäätös: x on A'

missä A, A', B ja B' ovat sumeita joukkoja. Yleistetty eteenpäin päättely soveltuu sumeaa sääntöön, kun taas yleistettyä taaksepäin päättelyä käytetään enemmän asiantuntija-järjestelmissä [9].

Mamdanin päättely

Mamdanin päättelyssä sumea sääntö on tyypillisesti muotoa [18]:

$$\text{jos } x_1 \text{ on } X_1^i \text{ ja } x_2 \text{ on } X_2^i \text{ ja } \dots \text{ ja } x_n \text{ on } X_n^i, \text{ niin } z \text{ on } Z^i, \quad (2.24)$$

jossa X_j^i on j :nnen sisäänmenon sumea joukko (n on sisäänmenojen lukumäärä) ja Z^i on ulostulon sumea joukko, jokaiselle säännölle i .

Mamdanin säännön sumea päättely tapahtuu seuraavasti. Koska säännössä esiintyy sisäänmenoja yhdistämässä vain *ja*-konnektiivi, voidaan yhdistäminen tehdä käyttämällä *T*-normia:

$$\psi_i = T(\mu_{X_1^i}(x_1), \dots, \mu_{X_n^i}(x_n)). \quad (2.25)$$

Jos-niin -sääntö voidaan myös päätellä *T*-normilla, jolloin ulostulon sumean joukon muodoksi saadaan

$$\mu_{Z^i}(z) = T(\psi_i, \mu_{Z^i}(z)), \forall z \in \mathbb{R}. \quad (2.26)$$

Kaikki säännöt voidaan puolestaan yhdistää *T*-conormilla, jolloin saadaan kaikkien sääntöjen tulokseksi

$$\mu_{z'}(z) = S(\mu_{z'_1}(z), \dots, \mu_{z'_m}(z)), \forall z \in \mathbb{R}, \quad (2.27)$$

jossa m on sääntöjen lukumäärä.

Selkeytys

Mamdanin päättelyssä ulostulo on sumea joukko. Käytännön sovelluksissa tarvitaan yleensä kuitenkin täsmällinen arvo. Tällöin sumea joukko on jotenkin selkiytettävä. Selkeytysmenetelmiä on kehitetty useita [3]. Yleisin käytetty menetelmä on painopistemenetelmä [18]

$$z = \frac{\sum_{i=1}^n \mu(z_i) z_i}{\sum_{i=1}^n \mu(z_i)}, \quad (2.28)$$

jossa z_i ovat diskretoidun ulostulon jäsenyysfunktion kvantisoidut arvot ja n on kvantisointitasojen lukumäärä.

Sugenon päättely

Sugenon päättelyssä ulostulo on puolestaan sisäänmenojen funktio, ei sumea joukko [18]

$$\text{jos } x_1 \text{ on } X_1^i \text{ ja } x_2 \text{ on } X_2^i \text{ ja } \dots \text{ ja } x_n \text{ on } X_n^i, \text{ niin } z = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2.29)$$

jossa X_j^i on j :nnen sisäänmenon sumea joukko (n on sisäänmenojen lukumäärä) ja f_i on i :nnen säännön sisäänmenojen funktio. Ulostulo on näin ollen täsmällinen arvo. Lopullinen ulostulo saadaan painotettuna keskiarvona:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^m \psi_i f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\sum_{i=1}^m \psi_i}, \quad (2.30)$$

jossa m on sääntöjen lukumäärä ja ψ_i on laskettu kaavassa (2.25). Suganon päättelyn etu Mamdanin päättelyyn on siinä, ettei selkeytystä tarvitse tehdä. Toisaalta Mamdanin päättelyssä selkeytys voidaan välttää käyttämällä ulostulossa yksikköjoukkoja.

Luku 3

Sumea säätö

Sumean logiikan tärkeä sovelluskohde on sumea säätö (*fuzzy control*). Sumeassa säädössä säätäjä suunnitellaan sumeilla jos-niin –säännöillä, jolloin esimerkiksi operaattorin prosessitietämys voi olla suunnittelun perustana. Sumeasta rakenteestaan huolimatta säätöalgoritmi toimii täysin deterministisesti, tuottaen täsmällisistä sisäänmenoista täsmällisiä ulostuloja. Sumeita säätäjiä voidaan käyttää epälineaaristen järjestelmien säädössä tai kun säätäjä viritetään käsin.

3.1 Sumea säätäjä

Sumean säätäjän rakenne

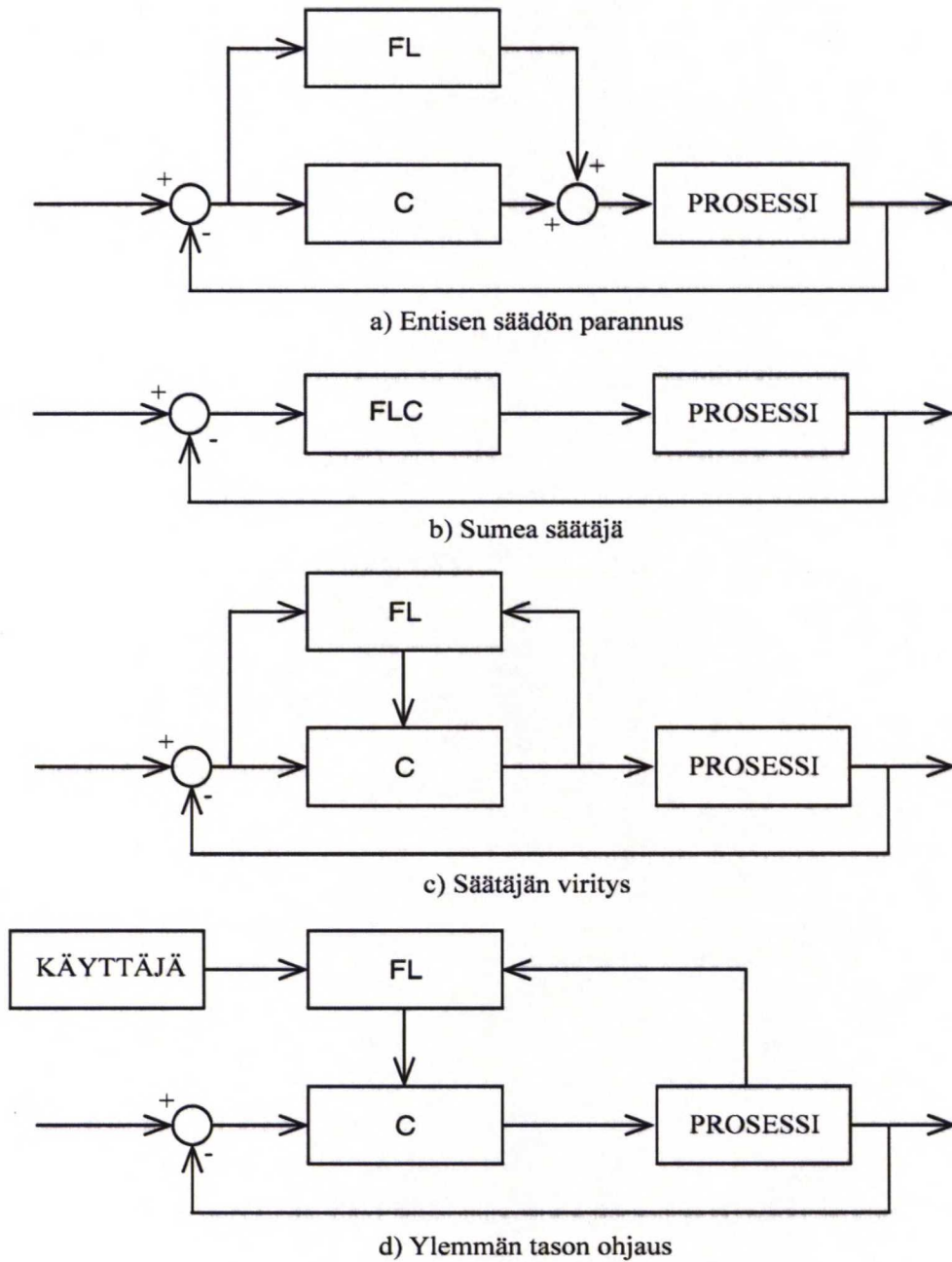
Sumea säätäjä on sumea systeemi, jota käytetään kohdejärjestelmän ohjaamiseen [18]. Säätäjä on rakenteeltaan staattinen kuvaus

$$F : \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z} \quad (3.1)$$

sisäänmenojen x ja ulostulojen z välillä [18].

Sumean säätäjän suunnittelussa voidaan käyttää useita lähestymistapoja [5] (kuva 3.1):

- 1) Entisen säädön parannus: Olemassa olevan säätimen ulostuloa parannetaan, kun esimerkiksi toimintapiste tai järjestelmän parametrit muuttuvat.



Kuva 3.1 Esimerkkejä sumean logiikan lähestymistavoista prosessin säädössä. Kuvassa FL tarkoittaa sumeaa logiikkaa, FLC sumeaa säätäjää ja C perinteistä säätäjää.

- 2) Sumea säätäjä: Koko järjestelmän säätäminen tapahtuu sumealla säätimellä. Tämä voi olla tarpeellista, kun esimerkiksi järjestelmä on epälineaarinen tai sitä on vaikea mitata luotettavasti.
- 3) Perinteisen säätäjän viritys: Käytetään perinteistä PID-säädintä (*Proportional, Integral, Derivative*), koska sen viritysmenetelmät tunnetaan hyvin, jolloin sen parametrit voidaan laskea kaikissa toimintapisteissä. Sumeaa logiikkaa voidaan käyttää parametrien vahvistustaulukoinnissa (*fuzzy gain scheduling*).

- 4) Ylemmän tason ohjaus: Sumeaa logiikkaa käytetään ylemmän tason ohjausten päättelyssä, jonka perustana voi olla prosessin toimintapiste.

Sumean säätäjän perusrakenne (ks. kuva 3.2) koostuu neljästä lohkokosta: sumeutusrajapinnasta (*fuzzification interface*), tietämyskannasta (*knowledge base*), sumeasta päättelystä (*decision-making logic*) ja selkeytysrajapinnasta (*defuzzification interface*) [9].

Sumeuttaminen:

Sumeutusrajapinta huolehtii sille tuotujen sisäänmenojen skaalauksesta. Yleisesti käytettyjä sisäänmenoja ovat erosuure ja erosuureen muutos [18]. Sumeutus tapahtuu niin, että valitaan sopivat sumeat muuttujat (ks. luku 2.4) vastaamaan sisäänmenoja ja lasketaan niille jäsenyysasteet. Tieto jäsenyysfunktioiden ominaisuuksista on tietämyskannassa.

Tietämyskanta:

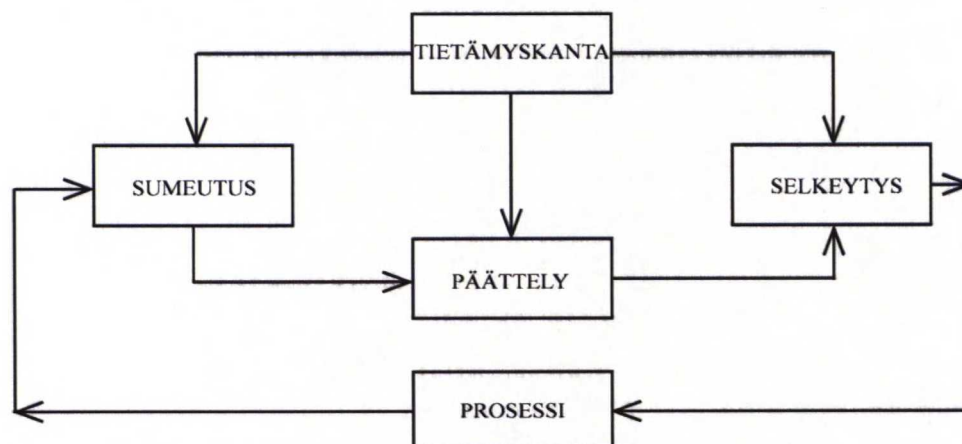
Tietämyskanta pitää sisällään prosessitietämyksen ja sääntökannan. Prosessitietämystä tarvitaan sumeiden muuttujien jäsenyysfunktioiden muodostamiseen ja muuttujien skaalaukseen. Sääntökanta koostuu kielellisistä jos-niin –säännöistä, jotka muodostetaan järjestelmän tavoitteiden perusteella.

Päättele:

Sumea päättele muodostaa sumean säätäjän ytimen. Päättelystä lasketaan, luvussa 2.5 esitetyllä tavalla, sisäänmenoista sumea (Sugenon päätelystä täsmällinen) ulostulo sääntökannan sääntöihin perustuen.

Selkeytys:

Selkeytysrajapinta skaalaa ulostulot vastaamaan tarkoitusta ja suorittaa sumeiden ulostulojen selkeytyksen. Selkeytystä on kuvattu luvussa 2.5.



Kuva 3.2 Sumean säätäjän perusrakenne

PID-tyyppiset sumeat säätäjät

PID-tyyppisiä säätimiä käytetään teollisuudessa käytännön säätiminä hyvin yleisesti. PID-säätimien käyttäytyminen ja viritysteoria on hyvin tunnettu. Tämän takia on perusteltua etsiä vastaavaa sumeaa ratkaisua.

Perinteiselle PID-säätimelle voidaan suunnitella vastaavat sumeat säätäjät varsin helposti. Diskreettiaikaisen säätimen sisäänmenoina ovat erosuure ja erosuureen muutos

$$e(k) = r(k) - y(k) \text{ ja} \quad (3.2)$$

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k-1), \quad (3.3)$$

missä $r(k)$ on asetusarvo ja $y(k)$ on mittaustulos hetkellä k . Kaikki PID-säätimien variaatiot saadaan toteutettua käyttämällä erilaisia sääntöjä.

Sumea säätäjä voidaan kirjoittaa muodossa [18]

$$u(k) = f(e(k), \Delta e(k)) \text{ tai} \quad (3.4)$$

$$\Delta u(k) = f(e(k), \Delta e(k)), \quad (3.5)$$

missä $f(\cdot)$ tarkoittaa sumean säätimen tuottamaa (usein) epälineaarista kuvausta sisäänmenoista säätäjän ulostuloon. $\Delta u(k)$ lasketaan vastaavasti kuten $\Delta e(k)$ kaavassa (3.3).

Esimerkiksi PI-tyyppisen sumean säätäjän sääntökannaksi voidaan ajatella [18]:

jos $e(k)$ on *positiivinen* ja $\Delta e(k)$ on *positiivinen* niin $\Delta u(k)$ on *positiivinen*
 jos $e(k)$ on *positiivinen* ja $\Delta e(k)$ on *negatiivinen* niin $\Delta u(k)$ on *nolla*
 jos $e(k)$ on *negatiivinen* ja $\Delta e(k)$ on *positiivinen* niin $\Delta u(k)$ on *nolla*
 jos $e(k)$ on *negatiivinen* ja $\Delta e(k)$ on *negatiivinen* niin $\Delta u(k)$ on *negatiivinen*.

3.2 Sumean säätäjän parametrisoiminen

Sumea säätäjä voidaan parametrisoida, jotta säädintä on helpompi suunnitella ja muuttaa. Etenkin, jos säätäjä tarvitsee virittää uudelleen, parametrisoiminen säästää paljon työtä.

Käsitellään esimerkiksi yhden sisäänmenon ja yhden ulostulon yksinkertaista säätäjää [18], jolla on sääntöinä

$$\text{jos } x \text{ on } X^i \text{ niin } z \text{ on } Z^i, \quad (3.6)$$

jossa X^i ja Z^i ovat i :nnen säännön sumeita joukkoja. Lisäksi on oletettu, että sisäänmenojen jäsenyysfunktiot ovat peittäviä, jolloin korkeintaan kaksi jäsenyysfunktiota poikkeaa nolasta jokaiselle $x \in \mathbb{R}$ ja että kun yksi jäsenyysfunktio saa arvon yksi, muut saavat arvon nolla. Yksinkertaisin vaihtoehto on valita kolmiomaiset jäsenyysfunktiot. Tällöin jäsenyysfunktiot voidaan parametrisoida vektorilla [18]

$$p_x = \begin{bmatrix} p_x^{(1)} & p_x^{(2)} & \dots & p_x^{(m_x)} \end{bmatrix}^T, \quad (3.7)$$

jossa $p_x^{(i)}$ on i :nnen jäsenyysfunktion keskikohta (kolmion kärki) ja m_x on muuttujan x jäsenyysfunktioiden lukumäärä.

Samalla tavalla voidaan ulostulolle määrittää parametrisointivektori [18]

$$p_z = \begin{bmatrix} p_z^{(1)} & p_z^{(2)} & \dots & p_z^{(m_z)} \end{bmatrix}^T, \quad (3.8)$$

jossa $p_z^{(i)}$ on ulostulon yksikköjoukon paikka i :nnelle säännölle ja m_z on sääntöjen lukumäärä.

3.3 Sumea parametrien taulukointi

Säätäjän parametrien taulukointia tai vahvistustaulukointia (*gain scheduling*) käytetään yhtenä epälineaaristen prosessien säätöratkaisuna. Ideana on suunnitella lineaarinen säätäjä jokaiseen prosessin toimintapisteeseen. Tällöin ajatellaan, että säädettävä prosessi käyttäytyy toimintapisteen ympäristössä linearisoidun mallinsa mukaisesti.

Säätösuunnittelu jaetaan kahteen osaan [14]: Ensin suunnitellaan paikalliset lineaariset säätäjät jokaisessa toimintapisteessä perustuen epälineaarisen prosessin linearisointiin. Säätäjien parametrit kerätään taulukkoon. Toinen vaihe käsittää globaalin säätäjän suunnittelun, jossa prosessin toimintapistettä tarkkaillaan ja valitaan säätäjälle taulukosta vastaavat parametrien arvot. Säätäjän rakenne on siis kiinteä, vain parametrit muuttuvat.

Sumea logiikka soveltuu hyvin parametrien valitsemiseen, koska valinta on luonteeltaankin epämääräinen. On vaikea määritellä rajoja tarkasti milloin toimintapiste vaihtuu ja säätimen parametreja olisi muutettava. Sumealla ratkaisulla tämä on helppo ja suoraviivainen toteuttaa.

Vahvistustaulukointi tehdään useimmiten käyttäen muuttujaa, joka jollain tavalla mittaa prosessin toimintapistettä [22]. Tätä muuttujaa nimitetään taulukointimuuttujaksi (*scheduling variable*). Yleisesti käytetty muuttuja on järjestelmän ulostulo. Tämän rinnalla

voidaan taulukointimuuttujaksi ottaa myös referenssisignaali, jolloin voidaan saavuttaa parempi säätäjän käyttäytyminen heti referenssimuutoksen jälkeen [18]. Toimintapisteiden lukumäärä määrää ulostulon sumeiden joukkojen lukumäärän. Sisäänmenoille (prosessin ulostulo ja referenssisignaali) voidaan valita yksinkertaisesti kolmiomaiset jäsenyysfunktiot. Ulostulolle käytetään yksikköjoukkoja.

Sääntökanta ja ulostulo muodostetaan säätäjän taulukoiduista parametreista. Toimintapisteet parametrisoidaan (ks. luku 3.2) vektorilla [18]

$$p_y = \begin{bmatrix} y_0^{(1)} & y_0^{(2)} & \dots & y_0^{(m_y)} \end{bmatrix}^T, \quad (3.9)$$

jossa m_y on toimintapisteiden lukumäärä. Vektori määrittelee jäsenyysfunktioit prosessin ulostulolle. Yksinkertaisuuden vuoksi asetusarvolle valitaan samat jäsenyysfunktioit, $p_r = p_y$. Tämä voidaan tehdä, koska molemmat signaalit määrittävät saman informaation prosessin toimintapisteestä [18]. Säätäjän parametrit eri toimintapisteissä on puolestaan koottu matriisiin

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta^{(1)T} & \theta^{(2)T} & \dots & \theta^{(m_y)T} \end{bmatrix}^T. \quad (3.10)$$

Sumea lohko voidaan rakentaa kahdella tavalla [18]: Joko käytetään yhtä kahden sisäänmenon lohkoa tai sitten kahta yhden sisäänmenon lohkoa. Jälkimmäisessä tapauksessa kummallakin loholla on täsmälleen samat parametrit, $\theta_{in} = p_y^T$, $\theta_{rules}^{(i)} = i$, ($i = 1, 2, \dots, m_y$) ja $\theta_{out} = \theta$. Säätimelle valittavat parametrit saadaan ulostulojen painotettuna summana [18]

$$\theta(k) = w_y F(y(k), \theta_{in}, \theta_{rules}, \theta_{out}) + w_r F(y_r(k), \theta_{in}, \theta_{rules}, \theta_{out}), \quad (3.11)$$

jossa w_y ja w_r ovat painokertoimia prosessin ulostulolle ja referenssisignaalille ja $F(\cdot)$ tarkoittaa sumeaa kuvausta. Painokertoimet valitaan usein niin, että asetusarvon vaikutus on melko vähäinen [18], $w_y \approx 0.9$, jolloin

$$w_r = 1 - w_y. \quad (3.12)$$

Jos taas käytetään yhtä kahden sisäänmenon lohkoa, säätimen parametrit saadaan lasketua [18]

$$\theta(k) = F\left(\begin{bmatrix} y(k) & y_r(k) \end{bmatrix}^T, \theta_{in}, \theta_{rules}, \theta_{out}\right),$$

jossa $\theta_{in} = \begin{bmatrix} p_y & p_y \end{bmatrix}^T$,

$$\theta_{\text{rules}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 & \cdots & m_y & m_y & \cdots & m_y \\ 1 & 2 & \cdots & m_y & 1 & 2 & \cdots & m_y & \cdots & 1 & 2 & \cdots & m_y \end{bmatrix}^T,$$

ja

$$\theta_{\text{out}}^{(i)} = w_y \theta_{\text{rules}}^{(\theta_{\text{rules}}^{(i,1)})} + w_r \theta_{\text{rules}}^{(\theta_{\text{rules}}^{(i,2)})}, \quad (i = 1, 2, \dots, m_y^2).$$

Luku 4

Epälineaarinen monimuuttujajärjestelmä

4.1 Monimuuttujajärjestelmä

Monimuuttujaprosessit (MIMO: *Multiple Inputs, Multiple Outputs*) ovat järjestelmiä, joilla on useampia sisäänmenoja ja ulostuloja. Usein tilanne on sellainen, että sisäänmeno vaikuttaa useisiin ulostuloihin, eli järjestelmässä esiintyy ristikkäisvaikutuksia. Seuraavassa esitellään monimuuttujajärjestelmien tärkeimpiä ominaisuuksia ja vertaillaan niitä SISO-järjestelmiin (*Single Input, Single Output*). Lähteinä on käytetty ensisijaisesti kirjoja [4] ja [16].

Lineaarisen järjestelmän ulostulo on sisäänmenojen painotettu summa. Kausaalisilla järjestelmillä tämä tarkoittaa vain sisäänmenojen vanhoja arvoja. Tällöin voidaan kirjoittaa [4]

$$y(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) u(t-\tau) d\tau, \quad (4.1)$$

jossa u on m -dimensioinen sisäänmenovektori ja y on p -dimensioinen ulostulovektori. Painofunktio $g(\tau)$ kertoo kuinka paljon kukin ajalla τ viivästetty sisäänmeno vaikuttaa ulostuloon. Tästä funktiosta käytetään usein myös nimitystä *impulssivaste*, joka kertoo järjestelmän ulostulon, kun herätteenä on impulssi $\delta(t)$ (Dirac'n deltafunktio). Koska kyseessä on monimuuttujajärjestelmä, on $g(\tau)$ $p \times m$ -matriisi.

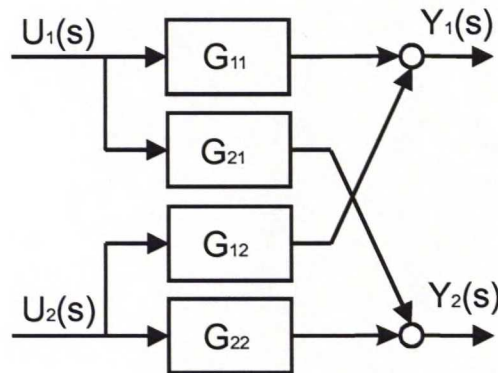
Siirtofunktio­matriisi

Painofunktio määriteltiin konvoluution avulla. Ottamalla yhtälöstä (4.1) Laplace-muunnos saadaan

$$Y(s) = G(s)U(s), \quad (4.2)$$

jossa isot kirjaimet tarkoittavat vastaavien muuttujien Laplace-muunnosta. Matriisia $G(s)$ sanotaan järjestelmän siirtofunktio­matriisiksi. Matriisin elementti (k,j) kuvaa sisäänmenon k vaikutusta ulostuloon j . Siirtofunktio­matriisi on siirtofunktio­menetelmän yksinkertainen laajennus monimuuttujatapaukseen.

Kahden sisäänmenon ja kahden ulostulon järjestelmän lohkokaavio on esitetty kuvassa 4.1. Nähdään, että kumpikin ohjaussuure vaikuttaa kumpaankin mittaukseen. Ristikkäisvaikutusten suuruuden määräävät siirtofunktio­matriisin ristikkäistermit G_{12} ja G_{21} .



Kuva 4.1 Kahden sisäänmenon ja kahden ulostulon monimuuttujajärjestelmän lohkokaavioesitys

Siirtofunktio on *aito* (*proper*), jos osoittajapolynomin asteluku on korkeintaan sama kuin nimittäjäpolynomilla. Jos osoittajapolynomin asteluku on pienempi kuin nimittäjäpolynomin, on siirtofunktio *vahvasti aito* (*strictly proper*). Siirtofunktio­matriisi on aito, kun kaikki sen alkiot (siirtofunktiot) ovat aitoja.

Input–output –malli

Jos järjestelmä on viiveetön, SISO-järjestelmien siirtofunktiot on usein mahdollista esittää osamääränä [4]

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad (4.3)$$

jossa

$$\begin{aligned} A(s) &= s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \\ B(s) &= b_1 s^{n-1} + b_2 s^{n-2} + \dots + b_{n-1} s + b_n. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Monimuuttujatapauksessa siirtofunktio­matriisi voidaan kirjoittaa osamääränä [4]

$$\begin{aligned} G(s) &= B(s) A^{-1}(s) \text{ tai} \\ G(s) &= A^{-1}(s) B(s), \end{aligned} \quad (4.5)$$

jos A^{-1} on olemassa. $A(s)$ ja $B(s)$ ovat matriisipolynomeja.

Tilamalli

Järjestelmä voidaan kuvata edellä esitettyjen lisäksi myös tilamallilla. Järjestelmän tila hetkellä t pitää sisällään sen tiedon, joka tarvitaan tulevien ulostulojen selvittämiseksi, kun tulevat sisäänmenot ovat tiedossa. Tilamalli on differentiaaliyhtälömalli, joka on esitetty erityisessä muodossa. Jos järjestelmä on lineaarinen, sen tilamalli voidaan kuvata matriisiyhtälömuodossa

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \end{aligned} \quad (4.6)$$

jossa x on tilavektori ja A , B , C ja D ovat sopivankokoisia matriiseja. Tilamallin tilat on usein valittu vastaamaan fysikaalista järjestelmää, mikä voi helpottaa järjestelmän ymmärtämistä. Tilamallin etuna on myös se, ettei sen muoto riipu siitä onko järjestelmä monimuuttujajärjestelmä vai ei. Mallissa ainoastaan matriisien koot vaihtuvat.

Muunnos tilamallista siirtofunktioksi voidaan tehdä, kun kirjoitetaan tilamalli muodossa

$$\begin{aligned} p\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du, \end{aligned} \quad (4.7)$$

jossa p on derivointioperaattori, $px(t) = \dot{x}(t)$. Ratkaistaan x kaavan (4.6) ylemmästä yhtälöstä ja sijoitetaan alempaan, jolloin saadaan

$$y(t) = \left(C(pI - A)^{-1} B + D \right) u(t) = G(p) u(t), \quad (4.8)$$

jossa $G(p)$ voidaan kirjoittaa käyttämällä Laplace-muuttujaa s

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B + D. \quad (4.9)$$

Siirtofunktion muuttaminen tilamalliksi ei ole yksikäsitteinen. Tilat voidaan valita monella tapaa vastaten input-output –mallia. Yksi keino on käyttää *ohjattavuus-* ja *havait-*

*tavuuskanonis*ia muotoja, jos järjestelmä on ohjattava tai havaittava (ks. Ohjattavuus ja havaittavuus). SISO-järjestelmän input-output –malli on kaavan (4.3) mukaan [4]

$$G(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + b_2 s^{n-2} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}. \quad (4.10)$$

Tästä saadaan *ohjattavuuskanoninen* tilamalli [4]

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_{n-1} \quad b_n] x(t) \end{aligned} \quad (4.11)$$

tai *havaittavuuskanoninen* tilamalli [4]

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0] x(t). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Monimuuttujajärjestelmän muuttaminen siirtofunktio­matriisista tilamalliksi ei ole yhtä suoraviivasta, jos järjestelmässä on useampia sisäänmenoja ja ulostuloja. Tilojen valinta voidaan kuitenkin tehdä systemaattisesti kuten seuraavassa esimerkissä.

Oletetaan yksinkertainen neljännen kertaluvun monimuuttujajärjestelmä, jossa on kaksi sisäänmenoa ja kaksi ulostuloa. Järjestelmän siirtofunktio­matriisi on

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{2}{s+1} & \frac{7}{s+0.1} \\ \frac{-3}{s+2} & \frac{0.7}{s+5} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

jolloin ulostuloiksi saadaan matriisimuodossa

$$\begin{aligned} Y_1(s) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} U_1(s) & \frac{1}{s+0.1} U_2(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} \\ Y_2(s) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{s+2} U_1(s) & \frac{1}{s+5} U_2(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 0.7 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Tiloiksi valitaan

$$\begin{aligned} X_1(s) &= \frac{1}{s+1} U_1(s), & X_2(s) &= \frac{1}{s+0.1} U_2(s) \\ X_3(s) &= \frac{1}{s+2} U_1(s), & X_4(s) &= \frac{1}{s+5} U_2(s). \end{aligned} \quad (4.15)$$

Tilamalliksi saadaan lopulta matriisimuodossa

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0.7 \end{bmatrix} x. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Tilamallin A matriisi on diagonaalisessa muodossa, jolloin sen analysointi ja laskenta on yksinkertaisempaa. Muuttaminen luonnollisesti vaikeutuu, kun siirtofunktio­matriisin alkioiden siirtofunktioilla on eri asteluku.

Tilayhtälön ratkaiseminen

Tilayhtälön (4.6) ratkaisu esitetään muodossa [4]

$$x(t) = e^{A(t-t_0)} x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau. \quad (4.17)$$

Jos matriisi A on diagonaalinen, matriisieksponentti on määritelty

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

jossa λ on matriisin A ominaisarvo. Tilat vektorissa x ovat tällöin riippumattomia toisistaan, mikä nähdään, kun lasketaan kaavan (4.17) i :s komponentti:

$$x_i(t) = e^{\lambda_i(t-t_0)} x_i(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\lambda_i(t-\tau)} B_i u(\tau) d\tau. \quad (4.19)$$

Tilan x_i sanotaan vastaavan matriisin A ominaisarvoon λ_i liittyvää *moodia* [4].

Jos matriisi A ei ole diagonaalinen, mutta on diagonalisoituva, voidaan tehdä tilamuuttujan vaihto ja korvata A diagonaalisella matriisilla. Valitaan uusi tilamuuttuja $\xi = Tx$, jolloin uusi tilaesitys saa muodon [4]

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= TAT^{-1}\xi + TBu \\ y &= CT^{-1}\xi + Du.\end{aligned}\tag{4.20}$$

Matriisi T valitaan siten, että matriisi TAT^{-1} on diagonaalinen.

Ohjattavuus ja tarkkailtavuus

Ohjattavuus (*controllability*) ja tarkkailtavuus (*observability*) kuvaavat miten järjestelmän tiloja voidaan ohjata ja tarkkailla. Ohjattavuus on määritelty usein hieman toisistaan poikkeavilla tavoilla. Kirjassa [4] ohjattavuus määritellään seuraavasti:

Tilan x^ sanotaan olevan ohjattava, jos on olemassa ohjaus, joka äärellisessä ajassa vie systeemin tilasta $x(0) = 0$ tilaan x^* . Järjestelmän sanotaan olevan ohjattava, jos kaikki sen tilat ovat ohjattavia.*

Ohjattavuuden selvittämiseksi muodostetaan ohjattavuusmatriisi

$$S(A, B) = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix},\tag{4.21}$$

jossa n on järjestelmän asteluku (tilojen lukumäärä). Järjestelmä on ohjattava, jos ja vain jos matriisilla S on täysi rangi.

Tarkkailtavuus määritellään seuraavasti [4]:

Tilan $x^ \neq 0$ sanotaan olevan ei-tarkkailtava, jos, kun $u(t) = 0$, $t \geq 0$ ja $x(0) = x^*$, ulostulo on $y(t) \equiv 0$, $t \geq 0$. Järjestelmän sanotaan olevan tarkkailtava, jos sillä ei ole ei-tarkkailtavia tiloja.*

Järjestelmän tarkkailtavuus voidaan selvittää, kun muodostetaan tarkkailtavuusmatriisi

$$O(A, B) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}.\tag{4.22}$$

Järjestelmä on tarkkailtava, jos ja vain jos matriisilla O on täysi rangi. Esimerkiksi järjestelmän (4.13) ohjattavuus- ja tarkkailtavuusmatriiseiksi saadaan

$$S(A, B) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0.1 & 0 & 0.01 & 0 & -0.001 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 4 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & 0 & 25 & 0 & -125 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

ja

$$O(A, B) = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0.7 \\ -2 & -0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -3.5 \\ 2 & 0.07 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 17.5 \\ -2 & -0.007 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & -87 \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Kummankin matriisin rangi on neljä eli täysi. Tällöin järjestelmä on sekä ohjattava että tarkkailtava.

Navat ja nollat

Järjestelmän navoilla ja nollilla on suuri merkitys järjestelmän säädön kannalta. Niiden avulla voidaan määrittää järjestelmän käyttäytymistä kuten stabiilisuutta.

Järjestelmän navat voidaan määritellä tilamallin tilansiirtomatriisin A avulla. Navat ovat tämän matriisin ominaisarvot, kun tilamalli on järjestelmän *minimaalinen realisaatio*. Minimaalinen realisaatio tarkoittaa SISO-järjestelmällä sitä siirtofunktiota, jossa kaikki napa-nolla –supistukset on tehty. Tilamalli on aina minimaalinen realisaatio SISO-järjestelmille. Napapolynomi määritellään matriisin A karakteristisena polynomina, joka on $\det(\lambda I - A)$. Monimuuttujaprosessille minimaalisen realisaation selvittäminen voi olla hankalaa. Tällöin olisikin hyvä, jos järjestelmän navat ja nollat voitaisiin selvittää suoraan siirtofunktio­matriisista. [4]

SISO-järjestelmän navat ovat polynomimuotoisen järjestelmän (4.3) nimittäjäpolynomin nollakohdat. Vastaavasti nollat ovat osoittajapolynomin nollakohdat. Monimuuttujajärjestelmille nimittäjäpolynomin määrittäminen ei ole yksinkertaista. Napojen ja nollien määrittämistä varten otetaan käyttöön käsite *minor*. Matriisin A minorit ovat matriisin A neliöllisten alimatriisien determinantteja. Napapolynomi voidaan nyt määrittää järjestelmän $G(s)$ siirtofunktio­matriisin kaikkien minoreiden pienimpänä yhteisenä jaettavana. Järjestelmän navat ovat tämän polynomin nollakohtia. [4]

Monimuuttujajärjestelmän nollat voidaan määritellä käänteisen järjestelmän navoista. Jos järjestelmää kuvaa siirtofunktio matriisi $G(s)$, niin sen nollat ovat järjestelmän $G^{-1}(s)$ navat. Tässä ongelmia tulee, jos järjestelmä ei ole neliöllinen. Yleisempi määrittely onkin tarpeen. Järjestelmän (4.6) nollat määritellään s :n arvoina, joilla matriisilla

$$M(s) = \begin{bmatrix} sI - A & B \\ -C & D \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

ei ole täysi rangi. Nollapolynomi on se polynomi, jolla on nämä arvot nollakohtina. [4]

Stabiilisuus

Stabiilisuus on järjestelmän säädön kannalta erittäin tärkeä käsite. Järjestelmän stabiilisuus voidaan määritellä monella tavalla; kuten sisäänmeno-ulostulo –stabiilisuus (BIBO), asymptoottinen stabiilisuus ja Lyapunov-stabiilisuus.

BIBO-stabiilisuus (*Bounded Input, Bounded Output*) määritellään nimensä mukaisesti niin, että rajoitettu sisäänmeno tuottaa rajoitetun ulostulon. Järjestelmä on BIBO-stabiili silloin, kun sen navat sijaitsevat stabiilisuusalueessa. Lineaaristen järjestelmien stabiilisuusalue on määritelty vasemmaksi puolitasoksi (*left half plane*), johon ei kuulu imaginaariakseli.

Monimuuttujajärjestelmän vahvistus

Järjestelmän signaalien suuruutta tai kokoa voidaan määritellä käyttämällä *normeja* [4]. Oletetaan signaali $z(t)$, joka on ajasta riippuva pystyvektori. Tämän signaalin suuruutta hetkellä t kuvaa vektorinormi [4]

$$|z(t)|^2 = \sum_{j=1}^n z_j^2(t) = z^T(t) z(t). \quad (4.26)$$

Koko signaalin suuruuden kuvaamiseen käytetään ääretönnormia [4]

$$\|z\|_{\infty} = \sup |z(t)| \quad (4.27)$$

tai 2-normia [4]

$$\|z\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |z(t)|^2 dt, \quad (4.28)$$

joista 2-normi on yleisemmin käytössä.

Vahvistus voidaan tällöin määritellä siitä, kuinka sisään menevä signaali vahvistuu ulostulossa. Systeemin S vahvistus on siis [4]

$$\|S\| = \sup_u \frac{\|y\|_2}{\|u\|_2} = \sup_u \frac{\|S(u)\|_2}{\|u\|_2}, \quad (4.29)$$

jossa u varioi ja sillä voi olla mikä tahansa äärellinen 2-normi.

Monimuuttujajärjestelmän vahvistuksen määrittäminen on vaikeampaa. Oletetaan lineaarinen kuvaus $y = Ax$, jossa A on $p \times m$ -matriisi, y on p -dimensioinen vektori ja x on m -dimensioinen vektori. Kaikki muuttujat voivat olla kompleksisia. Vektorin x vektorinormi on [4]

$$|x| = \left(\sum_{i=1}^m |x_i|^2 \right)^{1/2} = \sqrt{x^* x}, \quad (4.30)$$

jossa operaattori $*$ tarkoittaa *hermitointia*. Hermitointi on määritelty siten, että matriisi transponoidaan ja jokaisesta alkioista otetaan liittoluku. Esimerkiksi

$$F = \begin{bmatrix} 1-i & 2 \\ 3+2i & i \end{bmatrix}, \quad F^* = \begin{bmatrix} 1+i & 3-2i \\ 2 & -i \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Yhtälön (4.30) perusteella saadaan näin ollen [4]

$$|y|^2 = |Ax|^2 = x^* A^* A x. \quad (4.32)$$

Matriisi $A^* A$ on *hermiittinen* eli sillä on reaaliset ominaisarvot. Jos merkitään tämän matriisin ominaisarvoja $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ ja järjestetään ne suuruusjärjestykseen siten, että λ_m on pienin, saadaan [4]

$$\lambda_m |x|^2 \leq x^* A^* A x \leq \lambda_1 |x|^2. \quad (4.33)$$

Monimuuttujajärjestelmän vahvistus voidaan nyt määritellä käyttämällä järjestelmän taajuustason siirtofunktion *singulaariarvoja* [4]. Matriisin A singulaariarvot σ_i on määritelty siten, että $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$, jossa λ_i ovat matriisin $A^* A$:n ominaisarvoja. A :n suurinta singulaariarvoa merkitään $\bar{\sigma}(A)$ ja pienintä $\underline{\sigma}(A)$. Tällöin [4]

$$\underline{\sigma}(A) \leq \frac{|y|}{|u|} \leq \bar{\sigma}(A), \quad (4.34)$$

eli matriisin A vahvistus on suurimman ja pienimmän singulaariarvon välissä.

Boden diagrammi on hyvä työkalu analysoitaessa SISO-järjestelmän käyttäytymistä. Boden diagrammissa järjestelmän vahvistus ja vaihe piirretään järjestelmään syötettävän taajuuden funktiona. Monimuuttujajärjestelmille vastaavanlaisen analyysin tekeminen tarkoittaa singulaariarvojen piirtämistä taajuuden funktiona [4].

4.2 Relative Gain Array (RGA)

Monimuuttujajärjestelmän ristikkäisvaikutusten suuruutta voidaan kuvata RGA-matriisilla [2], [4], [12] ja [16]. Suhteellinen vahvistus (RGA-matriisin alkion arvo) annetulla ohjauksella ja mittauksella, on määritelty säätämättömän vahvistuksen ja säädetyn vahvistuksen suhteena [12]

$$\lambda_{ij} = \frac{\left. \frac{y_j}{u_i} \right|_{u_k=0, k \neq i}}{\left. \frac{y_j}{u_i} \right|_{y_k=0, k \neq j}}. \quad (4.35)$$

Säätämätön vahvistus tarkoittaa vahvistusta sisäänmenon ja ulostulon välillä, kun muita ulostuloja ei säädetä. Säädetty vahvistus puolestaan tarkoittaa vahvistusta sisäänmenon ja ulostulon välillä, kun muita ulostuloja säädetään täydellisesti (*perfect control*). [12]

Koska säätämättömän järjestelmän vahvistukset määrittelee $G(s)$ ja täydellisesti säädetyn järjestelmän vahvistukset määrittelee puolestaan $1/G^{-1}(s)$, saadaan RGA-matriisi laskettua siirtofunktio-matriisille $G(s)$ seuraavasti [16]

$$\Lambda = G(s) .* \left(G^{-1}(s) \right)^T, \quad (4.36)$$

jossa $.*$ tarkoittaa alkioittaista kertolaskua. (Jos siirtofunktio-matriisi ei ole neliömatriisi, voidaan matriisin kääntämiseen käyttää pseudoinverssiä [16].)

RGA-matriisilla on paljon mielenkiintoisia algebrallisia ominaisuuksia, joista tärkeimpiä ovat [16]

- jokainen matriisin vaaka- ja pystyriivi summautuu ykköseksi (neliömatriiseille)
- matriisi on riippumaton skaalauksista
- RGA-matriisi on yksikkö-matriisi, jos G on ylä- tai alakolmiomatriisi.

Lisäksi säädön kannalta tärkeitä ovat seuraavat ominaisuudet [16]:

- RGA-matriisista voidaan päätellä systeemin epävarmuuden herkkyyttä. Suuret RGA-arvot ylimenotaajuuden ympäristössä ennakoivat vaikeuksia säädössä johtuen sisäänmenojen herkkyydestä.
- Suuret RGA-arvot kertovat myös systeemin siirtofunktion alkioden välisestä herkkyydestä.
- Jos RGA-matriisin alkion arvon merkki vaihtuu taajuuden muuttuessa nolasta äärettömään, systeemissä esiintyy oikean puolitasen nolla.

- Jos RGA-matriisin sarakkeen alkioden summa on paljon pienempi kuin yksi, ei ko. sisäänmeno todennäköisesti kannata sisällyttää malliin. Samoin, jos RGA-matriisin rivin alkioden summa on paljon pienempi kuin yksi, ei ko. mittausta todennäköisesti pystytä ohjaamaan.
- RGA-matriisia voidaan käyttää myös apuna valittaessa sisäänmeno-ulostulo –pareja (*pairing problem*) hajautetun säädön suunnittelussa.
- Diagonaalinen vallitsevuus voidaan selvittää laskemalla arvo

$$\text{RGA-arvo} = \|\Lambda(G) - I\|_{\text{sum}} = \sum_{i=j} |\lambda_{ij} - 1| + \sum_{i \neq j} |\lambda_{ij}|. \quad (4.37)$$

- Jos RGA-arvo on lähellä nollaa ylimenotaajuudella, hajautetun säädön käyttäminen ei luultavasti tuota ongelmia. Jos taas RGA-arvo on lähellä ykköstä, ei hajautettu säätö välttämättä toimi tai ainakin sisäänmeno-ulostulo –parit on valittava uudestaan.

Jos RGA-matriisin alkion arvo on yksi, tarkoittaa se sitä, että sisäänmeno-ulostulon –parin vahvistus on sama riippumatta siitä, mitä ohjauksia muille sisäänmenoille annetaan. Tällöin voidaan olettaa, ettei ristikkäisvaikutuksia tähän sisäänmeno-ulostulo –pariin ole. Jos taas alkion arvo poikkeaa huomattavasti ykkösestä, voidaan olettaa, että ristikkäisvaikutuksia on.

Vaikka RGA-matriisin tulkinnot ovatkin osaksi heuristisia, on RGA-analyysillä huomattava merkitys säädön suunnittelussa monimuuttujajärjestelmille.

4.3 Säätoratkaisuja monimuuttujajärjestelmille

Hajautettua säätöä (*decentralized control*) monimuuttujajärjestelmille käytetään, kun järjestelmässä esiintyvät ristikkäisvaikutukset ovat vähäisiä. Tällöin siirtofunktio-matriisi on siis lähes diagonaalinen. Hajautetussa säädössä jokaista sisäänmeno ulostulo –paria säädetään erikseen yksikkösäätimellä. Jokainen säädin voidaan myös virittää erikseen toisistaan riippumattomasti. Jos taas vuorovaikutukset ovat merkittäviä, tarvitaan säätimeltäkin monimuuttujarakenne (*centralized control*). Yksi vaihtoehto on MIMO PI-säädin, jolle on kehitetty useita viritysmenetelmiä [6], [7], [13], [11] ja [17].

MIMO PI-säätimen viritysmenetelmä

Yksi MIMO PI-säätimen viritysmenetelmä on esitetty [13]:ssä. Se on verrattavissa skaalaritapauksen Ziegler-Nicholsin yksikköaskelvasteeseen perustuvan menetelmän kanssa. Seuraavassa kuvataan menetelmän kulku.

Menetelmällä ratkaistaan monimuuttujarakenteinen säädin tuntemattomalle järjestelmälle käyttämällä yksinkertaisia askelvastekokeita. Oletetaan lineaarinen ajasta riippumaton stabiili järjestelmä, jonka tilamalli on

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + Ez \\ y &= Cx + Fz,\end{aligned}\tag{4.38}$$

jossa x on n -dimensioinen tilavektori ja u on m -dimensioinen ohjausvektori. Matriisit A , B , C ja D ovat sopivan kokoisia vakiomatriiseja. Säädin on muotoa

$$u = Ke + I\dot{e},\tag{4.39}$$

jossa e on erosuure, K on kerroinmatriisi säätimen vahvistusosalle ja I integrointiosalle. Matriisit lasketaan seuraavasti:

$$K = P^{-1} \text{diag}\{p_1, p_2, \dots, p_m\}\tag{4.40}$$

$$I = \varepsilon T^{-1},\tag{4.41}$$

joissa p_1, \dots, p_m ja ε ovat viritysparametreja sekä P ja T ovat

$$P = [\dot{y}_1, \dot{y}_2, \dots, \dot{y}_m][u_1, u_2, \dots, u_m]^{-1}\tag{4.42}$$

$$T = [y_1, y_2, \dots, y_m][u_1, u_2, \dots, u_m]^{-1}.\tag{4.43}$$

Yleensä sisäänmenoina u_i , $i = 1, \dots, m$, käytetään yksikköaskelfunktiota. Matriisien P ja T ratkaisemiseksi suoritetaan m askelvastekoetta. Jokaisesta kokeesta mitataan ulostulojen loppuarvo sekä nousukulma. Ohjausvektorit tulee olla lineaarisesti riippumattomia. Jos järjestelmässä ei ole yhtä paljon sisäänmenoja ja ulostuloja, tulee kaavoissa (4.41) ja (4.40) käyttää *vasenta inverssiä*, joka on määritelty matriisille CB

$$CB^{\dagger} = B^T C^T (CBB^T C^T)^{-1}.\tag{4.44}$$

Viritysparametrien valitseminen tapahtuu iteratiivisesti.

4.4 Epälineaariset järjestelmät

Järjestelmät jaetaan epälineaariin ja lineaarisiin järjestelmiin. Järjestelmän kuulumisella lineaarisiin tai epälineaariin järjestelmiin on suuri vaikutus järjestelmän analysoinnissa ja säädön suunnittelussa. Lineaarisille järjestelmille on käytössä koko laaja lineaariteoria, joka käsittää paljon erilaisia ja hyvin tutkittuja menetelmiä. Epälineaarisille järjestelmille tarvitaan huomattavasti laajempia ja monikäyttöisempiä malleja [10].

Järjestelmän malli on lineaarinen, jos se koostuu lineaarisista differentiaaliyhtälöistä. Tällöin oletetaan, että mallin parametrit ovat riippumattomia ohjaussignaalin suuruudesta ja että superpositioperiaate pätee. Lineaarisen järjestelmän malli voidaan kuvata tilaesitysmuodossa

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (4.45)$$

jossa A ja B ovat riippumattomia tilamuuttujasta x ja ohjauksesta u . Jos kyseessä on epälineaarinen malli, voidaan tilaesitys kirjoittaa muotoon [8]:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t), u(t)), \end{aligned} \quad (4.46)$$

jossa $x(t)$ on n -dimensioinen tilavektori, $y(t)$ on m -dimensioinen ulostulovektori ja $u(t)$ on r -dimensioinen sisäänmenovektori. Funktiot f ja h ovat dimensioiltaan sopivan kokoisia.

Lineaarisilla ja epälineaarisilla järjestelmillä on huomattavia eroja. Lineaarisen järjestelmän malli määrittelee täysin ko. järjestelmän esim. stabiilisuuden ja suorituskyvyn kriteerit, kun taas epälineaarisessa tapauksessa em. ominaisuudet riippuvat myös ohjauksen suuruudesta (ts. toimintatasosta) [10]. Epälineaarinen järjestelmä voi olla jossakin tilassa, toimintapisteessä, stabiili mutta jossain toisessa tilassa epästabiili. Lineaarinen järjestelmä on aina joko epästabiili tai stabiili riippumatta herätteestä.

Epälineaarisen järjestelmän ominaisuuksia ovat mm. että [10]

- superpositio ei päde
- sinimuotoinen heräte ei tuota sinimuotoista vastetta
- suorituskyykriteeri riippuu järjestelmän mallista ja toimintapisteestä
- järjestelmällä voi olla useampi tasapainokohta ja useampi värähtelytila.

4.5 Säätoratkaisuja epälineaarisille järjestelmille

Epälineaaristen prosessien säätö on usein huomattavasti vaikeampaa kuin lineaaristen johtuen esimerkiksi superpositioperiaatteen puuttumisesta epälineaarisille järjestelmille. Oletetaan, että testataan mallia jollain sisäänmenolla ja myöhemmin testataan saman mallin toimintaa jollain häiriöllä. Koska superpositioperiaate ei päde epälineaarisille järjestelmille, ei ulostulon käyttäytymistä voi ennustaa edellisten mittausten perusteella tilanteessa, jossa mallia testataan sekä sisäänmenolla että häiriöllä [4].

Jos järjestelmä on lisäksi monimuuttujajärjestelmä, säädön suunnittelu vaikeutuu entistään. Kirjallisuudessa onkin lähinnä keskitytty joko epälineaariin tai monimuuttujajärjestelmiin eikä niinkään näiden yhdistelmän säätöratkaisuihin. Todelliset prosessit kuitenkin useimmiten ovat epälineaarisia [4]. Säättöratkaisut ovat sitä vastoin tyypillisesti lineaarisia SISO-säätäjiä (PID).

Tärkeintä säädintä valittaessa olisikin selvittää ensin minkälaisesta prosessista on kysymys: Voidaanko säätöratkaisuna käyttää lineaarista säädintä ja voidaanko käyttää yksikkösäädintä? Jos epälineaarisuus on merkittävä, eikä yhdellä lineaarisella säätimellä pärjätä, on käytettävä epälineaarista säädintä tai muita ratkaisuja, kuten vahvistustaulukointia.

Epälineaarinen PID-säädin

Yksi esimerkki epälineaarisesta säätimestä on epälineaarinen PID-säädin [15]. PID on perusmuodossa lineaarinen säädin, mutta se voidaan muokata epälineaariseksi. PID-säädin esitetään perusmuodossaan usein kaavalla

$$K_c(t) = K_p \cdot e(t) + \frac{1}{K_I} \cdot \int e(t) + K_D \cdot \frac{de(t)}{dt}, \quad (4.47)$$

jossa $e(t) = r(t) - y(t)$. Vahvistusosa voidaan muuttaa epälineaariseksi seuraavasti [15]

$$K_{c_p}(t) = K_p \cdot f(e(t)), \quad (4.48)$$

jossa

$$f(e(t)) = e(t) \cdot (1 - L(1 - |e(t)|)), \quad (4.49)$$

jossa L on parametri, jolla epälineaarisuutta kuvataan. Jos $L = 0$, on säädin lineaarinen. L :n lähestyessä ykköstä epälineaarisuus voimistuu. Tällainen säädin reagoi voimakkaammin erosuureen suureen arvoon kuin pieneen arvoon.

Linearisointi ja tasapainopisteet

Vahvan lineaariteorian käyttäminen epälineaarisille järjestelmille onnistuu, kun muokataan epälineaarinen malli lineaariseksi. Tällöin puhutaan järjestelmän *linearisoimisesta* [4]. Linearisoiminen tehdään yleensä jossakin järjestelmän *tasapainopisteessä*. Järjestelmän tasapainopiste on sellainen kohta, jossa kaikki tilamuuttujat ovat vakioita. Järjestelmällä voi olla useita eri tasapainopisteitä.

Oletetaan epälineaarinen järjestelmä (4.46). Linearisointi tälle järjestelmälle määritellään seuraavasti [4]: Jos funktio f on derivoituva tasapainopisteen x_0, u_0 ympäristössä, silloin järjestelmä voidaan kirjoittaa uudestaan muotoon

$$\dot{z} = Az + Bv + g(z, v), \quad (4.50)$$

jossa $z = x - x_0$, $v = u - u_0$ ja $g(z, v)/(|z| + |v|) \rightarrow 0$ kun $|z| + |v| \rightarrow 0$. Matriiseilla A ja B on alkiot a_{ij} ja b_{ik}

$$a_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \quad b_{ik} = \frac{\partial f_i}{\partial u_k}, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m, \quad (4.51)$$

jossa f_i on funktion f i :s rivi ja osittaisderivaatat on laskettu tasapainopisteessä x_0, u_0 .

Vahvistustaulukointi

Usein epälineaarisen säätimen suunnittelu ja toteutus voi olla hankalaa. Lineaaristen säädinten suunnitteluun ja virittämiseen on puolestaan kehitetty suuri joukko menetelmiä. Tällöin voisikin olla perusteltua käyttää lineaarista säädintä epälineaariselle järjestelmälle, kun pysytään lähellä valittua toimintapistettä. Tällöin oletetaan, että epälineaarisen järjestelmän käyttäytyminen on kuvattavissa lineaarisella mallilla ko. toimintapisteen ympäristössä. Kun siirrytään kauemmaksi ko. toimintapisteestä, tulee lineaarinen säädin virittää uudelleen vastaamaan muuttunutta käyttäytymistä.

Globaali, koko toiminta-alueen kattava, säädin saadaan yhdistämällä nämä lineaariset omaan toimintapisteeseensä viritetyt säätimet. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että jollain tapaa säätimen parametrit eri toimintapisteissä taulukoidaan. Toimintapistettä mitataan ja sen perusteella valitaan sopivat parametrit säätimelle. Vahvistustaulukointi voidaan toteuttaa mm. sumealla logiikalla (ks. luku 3.3).

Seuraavassa esitetään miten vahvistustaulukointi voidaan tehdä epälineaariselle prosessille (4.46) [8].

Toimintapisteet $p_1, p_2, \dots, p_k, p_j \in M, j = 1, \dots, k$, jossa k on toimintapisteiden lukumäärä, valitaan joukosta $M \subset R^n \times R^m \times R^r$. Prosessi linearisoidaan jokaisessa valitussa toimintapisteessä $p_j, j = 1, \dots, k$. Ongelmaa yksinkertaistetaan siten, että valitaan $m = r$.

Toimintapisteisiin voidaan virittää mikä tahansa lineaarinen monimuuttujasäädin. Tässä esitetään vahvistustaulukointi MIMO PID-säätimelle. Vakioparametrinen MIMO PID-säädin on muotoa

$$u(t) = Ke(t) + I \int_0^t e(\alpha) d\alpha + D\dot{e}(t), \quad (4.52)$$

jossa K , I , ja D ovat $m \times m$ –dimensioisia matriiseja. MIMO PID-säädin jokaisessa toimintapisteessä p_1, p_2, \dots, p_k , $p_j \in M$, $j = 1, \dots, k$ voidaan esittää

$$u(t) = \sum_{j=1}^k \left(K^j e(t) + I^j \int_0^t e(\alpha) d\alpha + D^j \dot{e}(t) \right) \rho_j(p(t)) \quad \text{tai} \quad (4.53)$$

$$u(t) = K(p(t))e(t) + I(p(t)) \int_0^t e(\alpha) d\alpha + D(p(t))\dot{e}(t), \quad (4.54)$$

jossa

$$K(p(t)) = \sum_{j=1}^k K^j \rho_j(p(t)) \quad (4.55)$$

$$I(p(t)) = \sum_{j=1}^k I^j \rho_j(p(t)) \quad (4.56)$$

$$D(p(t)) = \sum_{j=1}^k D^j \rho_j(p(t)). \quad (4.57)$$

Kaavoissa $\rho(p(t))$ on taulukointifunktio. Funktio on käyrä avaruudessa $R^n \times R^m \times R^r$.

4.6 Simuloitu esimerkki

Seuraavassa esimerkissä edellä esitellyjä menetelmiä testataan yksinkertaisella epälineaarilla monimuuttujajärjestelmällä.

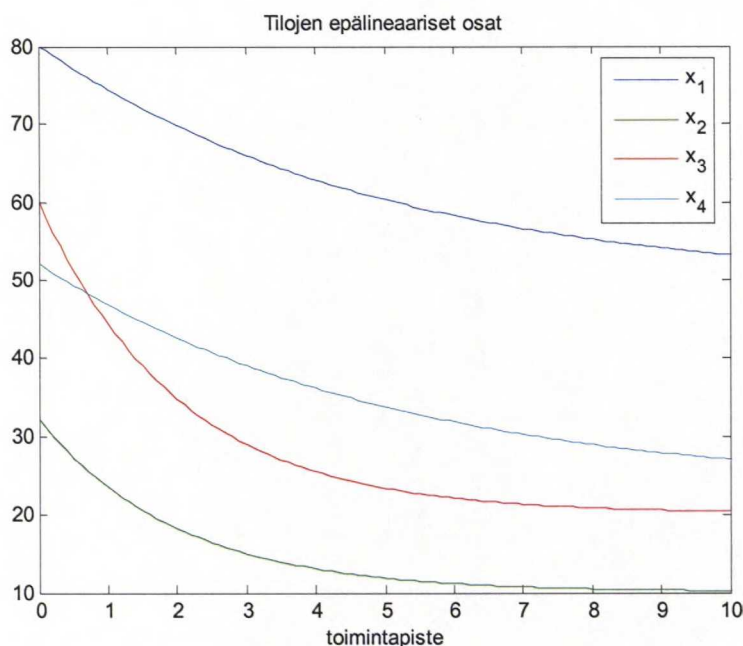
Mallin analysointi

Tarkastelun kohteeksi otettiin epälineaarinen monimuuttujajärjestelmä, jonka tilamalli oli

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{60}(-x_1(t) + (49 + 31 \cdot e^{-0.2\bar{y}(t)}) \cdot u_1(t)) \\ \frac{1}{120}(-x_2(t) + (10 + 22 \cdot e^{-0.5\bar{y}(t)}) \cdot u_2(t)) \\ \frac{1}{70}(-x_3(t) + (20 + 40 \cdot e^{-0.5\bar{y}(t)}) \cdot u_1(t)) \\ \frac{1}{85}(-x_4(t) + (23 + 29 \cdot e^{-0.2\bar{y}(t)}) \cdot u_2(t)) \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(t),$$

jossa $\bar{y} = (y_1 + y_2)/2$. Järjestelmässä oli siis kaksi sisäänmenoa ja kaksi ulostuloa. Järjestelmän toiminta-alueeksi valittiin $\bar{y} = [0,10]$. Kuvassa 4.2 esitetään jokaisen tilan epälineaarinen osuus ulostulon funktiona. Epälineaarinen osuus on jokaisen silmukan ”vahvistus”. Kuvasta nähdään, että järjestelmän dynamiikka muuttui varsin ratkaisevasti, kun toimintapiste siirtyi nolasta kymmeneen. Toisaalta järjestelmän aikavakiot eivät muuttuneet.

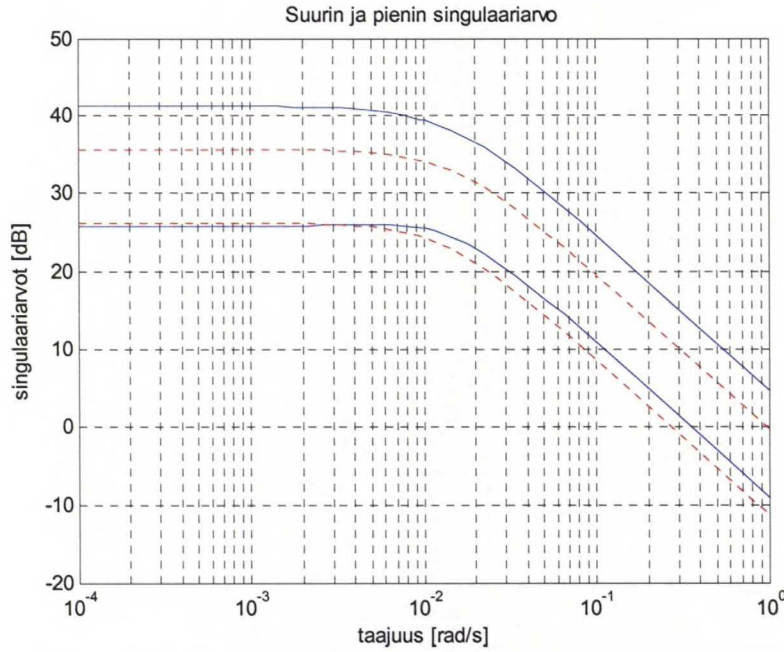


Kuva 4.2 Mallin tilojen epälineaaristen osien käyttäytyminen ulostulojen keskiarvon funktiona

Malli oli epälineaarinen koko toiminta-alueellaan, mutta sen voitiin ajatella käyttäytyvän lähes lineaarisesti valitun toimintapisteen ympäristössä. Järjestelmän vahvistuksen selvittämiseksi (ks. luku 4.1) kuvaan 4.3 on piirretty järjestelmän suurin ja pienin singulaariarvo taajuuden funktiona toimintapisteen alarajalla (sininen viiva) ja toimintapisteen ylärajalla (punainen katkoviiva). Huomataan, että toimintapisteen kasvaessa vahvistus putosi ja ylimenotaajuus pieneni. Ylimenotaajuuden arvoksi saatiin 0.3 rad/s.

Järjestelmän navat voitiin ratkaista jokaisessa toimintapisteessä luvussa 4.1 esitetyllä tavalla. Vaikka järjestelmän vahvistus muuttui toimintapisteen funktiona, navat pysyivät paikoillaan. Napojen arvoiksi saatiin: -0.0167, -0.0143, -0.0083 ja -0.0118. Vastaavasti järjestelmän nolliksi saatiin toimintapisteen alarajalla -0.0140 ja -0.0064 sekä ylärajalla -0.0142 ja -0.0079. Nollat hieman muuttuivat toimintapisteen funktiona.

Ohjattavuus ja tarkkailtavuus määritellään edellä luvussa 4.1. Esimerkkijärjestelmän ohjattavuus- ja tarkkailtavuusmatriisien rangit olivat täydet jokaisessa toimintapisteessä, joten järjestelmä oli sekä ohjattava että tarkkailtava toimintapisteissään.



Kuva 4.3 Järjestelmän vahvistus. Suurin ja pienin singulaariarvo piirrettynä taajuuden funktiona toimintapisteiden alarajalla (sin. yhtenäinen viiva) ja ylärajalla (pun. katkoviiva).

RGA-analyysillä voidaan selvittää monimuuttujajärjestelmän ristikkäisvaikutusten suuruudet (ks. luku 4.2). RGA-matriisiksi saatiin nollataajuudella toiminta-alueen ala- ja ylärajalla

$$\begin{aligned}\Lambda_0(G(0)) &= \begin{bmatrix} 1.8571 & -0.8571 \\ -0.8571 & 1.8571 \end{bmatrix} \\ \Lambda_{10}(G(0)) &= \begin{bmatrix} 1.1677 & -0.1677 \\ -0.1677 & 1.1677 \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{4.59}$$

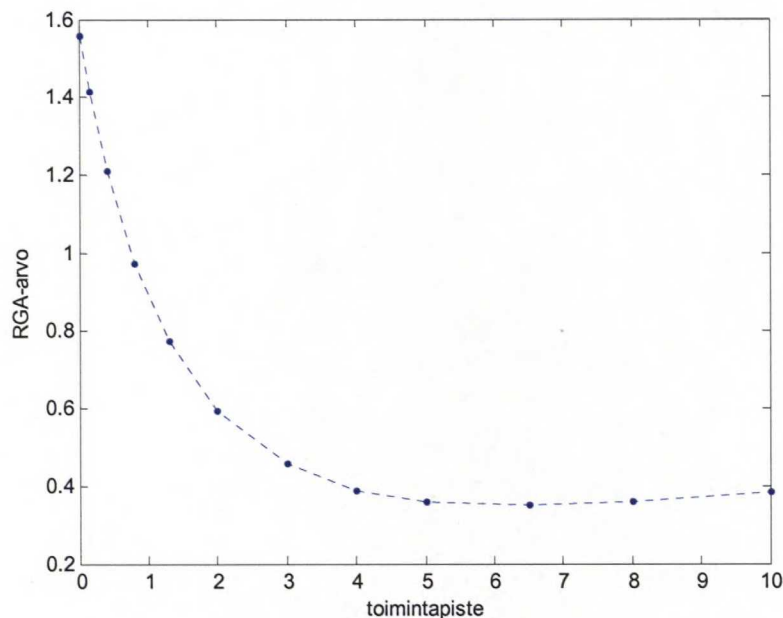
sekä ylimenotaajuuden arvolla 0.3 rad/s.

$$\begin{aligned}\Lambda_0(G(0.3j)) &= \begin{bmatrix} 1.3896 - 0.0105j & -0.3896 + 0.0105j \\ -0.3896 + 0.0105j & 1.3896 - 0.0105j \end{bmatrix} \\ \Lambda_{10}(G(0.3j)) &= \begin{bmatrix} 1.0956 - 0.0020i & -0.0956 + 0.0020i \\ -0.0956 + 0.0020i & 1.0956 - 0.0020i \end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{4.60}$$

Kaavassa (4.59) ylemmän matriisin ristikkäistermit ovat negatiivisia ja kaukana nollasta, jopa lähellä -1:stä, mikä tarkoittaa merkittäviä ristikkäisvaikutuksia toiminta-alueen alarajalla nollataajuudella. Ristikkäisvaikutus pieneni jonkin verran (alemman matriisin ristikkäistermien lähestyminen nollaa) siirryttäessä toiminta-alueen ylärajalle. Tämä johtui järjestelmän ei-diagonaalitermien vahvistusten voimakkaammasta pienenemisestä (ks. kuva 4.2). Ylimenotaajuuden kohdalla (4.60) käyttäytyminen oli samanlaista.

Samanlainen päättely voidaan tehdä tarkastelemalla RGA-arvoa. RGA-arvo laski, ylimenotaajuudella laskettuna, arvosta 1.56 arvoon 0.38 siirryttäessä toiminta-alueen alara-

jalta ylärajalle, mikä tarkoittaa, että ristikkäisvaikutus pieneni huomattavasti. Kuvaan 4.4 on piirretty RGA-arvo toimintapisteen funktiona ylimenotaajuudella. Tulosten perusteella voidaan päätellä, ettei ristikkäisvaikutuksissa tapahdu suuria muutoksia toimintapisteen ollessa välillä [4,10]. RGA-arvo oli niin pieni toimintapisteen ollessa suurempi kuin 4, että järjestelmää voitaisiin ehkä säätää skalaarisäätimillä toiminta-alueen yläpäässä. Toisaalta, jos järjestelmä pitäisi pystyä myös ajamaan lähelle nollaa (toiminta-alueen alaraja), eivät skalaarisäätimet olisi riittävä ratkaisu.



Kuva 4.4 RGA-arvo piirrettynä toimintapisteen funktiona

MIMO PI-säädin

Koska skalaarisäätö todettiin riittämättömäksi, viritettiin simulointimallille monimuuttujasäädin. Säätimenä käytettiin MIMO PI-säädintä. Edellä kuvatun (ks. luku 4.3) menetelmän mukaisesti lasketaan parametrit MIMO PI-säätimelle jokaisessa toimintapisteessä. Toimintapisteiksi valittiin 12 toimintapistettä, jotka parametrisoitiin vektorilla (3.9)

$$p_{\bar{y}} = [0 \quad 0.15 \quad 0.4 \quad 0.8 \quad 1.3 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6.5 \quad 8 \quad 10]^T. \quad (4.61)$$

Toimintapisteitä valittiin tiheämmin toiminta-alueen alarajalta, koska tilojen epälineaarisuus painottui sinne (ks. kuva 4.2). Koska järjestelmän malli oli tunnettu, ei askelvas-tekoja suoritettu, vaan MIMO PI-säätimen parametrit laskettiin suoraan mallin parametreista. Tällöin toimintapisteessä $p_{\bar{y}} = 0$ saatiin

$$P = \begin{bmatrix} 1.33 & 0.27 \\ 0.86 & 0.61 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1.33 & 0.27 \\ 0.86 & 0.61 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 80 & 32 \\ 60 & 52 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 80 & 32 \\ 60 & 52 \end{bmatrix},$$
(4.62)

joista edelleen kerroinmatriisit vahvistus- ja integrointiosille

$$K = \begin{bmatrix} 1.04 & -0.45 \\ -1.46 & 2.27 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

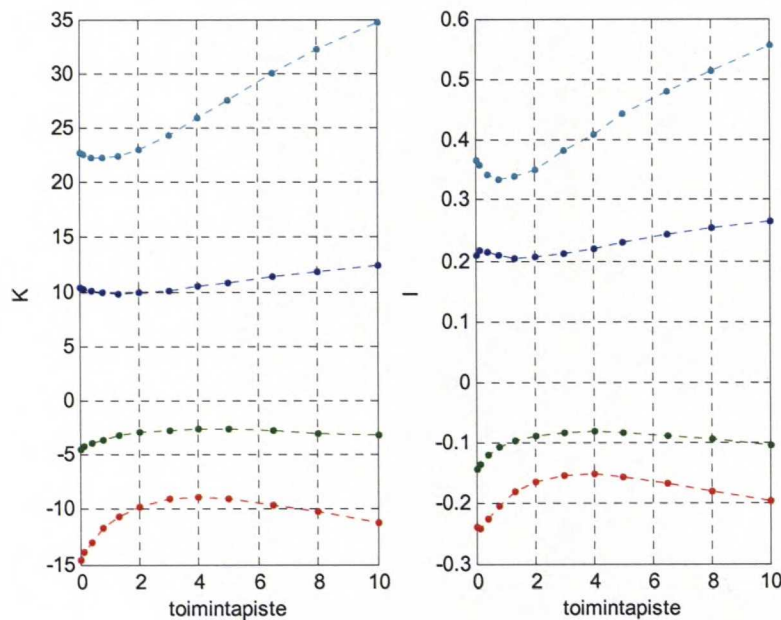
$$I = \begin{bmatrix} 0.023 & -0.014 \\ -0.027 & 0.036 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9.2 & 0 \\ 0 & 10.2 \end{bmatrix}.$$
(4.63)

Edellä esitetystä poiketen myös integrointiosalle valittiin kaksi viritysparametria. Viritysparametrien arvot selvitettiin käsin kokeilemalla.

Samalla tavalla laskettiin säätimen arvot jokaisessa toimintapisteessä. Kaikki parametrit koottiin yhteen matriisiin, jonka i :s rivi oli

$$\theta^{(i)} = \begin{bmatrix} K_{11}^{(i)} & K_{12}^{(i)} & K_{21}^{(i)} & K_{22}^{(i)} & I_{11}^{(i)} & I_{12}^{(i)} & I_{21}^{(i)} & I_{22}^{(i)} \end{bmatrix}.$$
(4.64)

Kuvassa 4.5 on esitetty lasketut säätimen parametrit, vahvistus- ja integrointiosa erikseen. Parametrit muuttuivat varsin paljon toimintapisteen vaihtuessa.



Kuva 4.5 Globaalin säätimen parametrit toimintapisteen funktiona. Oikeanpuoleisessa kuvassa vahvistusosan kerroinmatriisin arvot ja vasemmanpuoleisessa kuvassa integrointiosan kerroinmatriisin arvot.

Sumea vahvistustaulukointi

Sumea lohko suunniteltiin luvussa 3.3 esitellyllä tavalla. Lohkon sisääntulomuuttujiksi valittiin järjestelmän ulostulojen keskiarvo ja asetusarvojen keskiarvo. Ottamalla asetusarvon muutokset huomioon säädin reagoi nopeammin asetusarvon muutoksen tapahtuessa. Sisäänmenoille asetettiin samat jäsenyysfunktiot, koska käytännössä kumpikin mittaa samaa asiaa (toimintapistettä). Jäsenyysfunktioiden muodoksi valittiin yksinkertaisuuden vuoksi kolmiomaiset jäsenyysfunktiot, joiden kärjet olivat toimintapisteiden kohdalla. Näin sumeutus oli kattava sekä jäsenyysfunktioiden summa $\sum \mu(x) = 1, \forall x$.

Sääntömatriisi valittiin luvussa 3.3 esitetystä poikkeavalla tavalla.

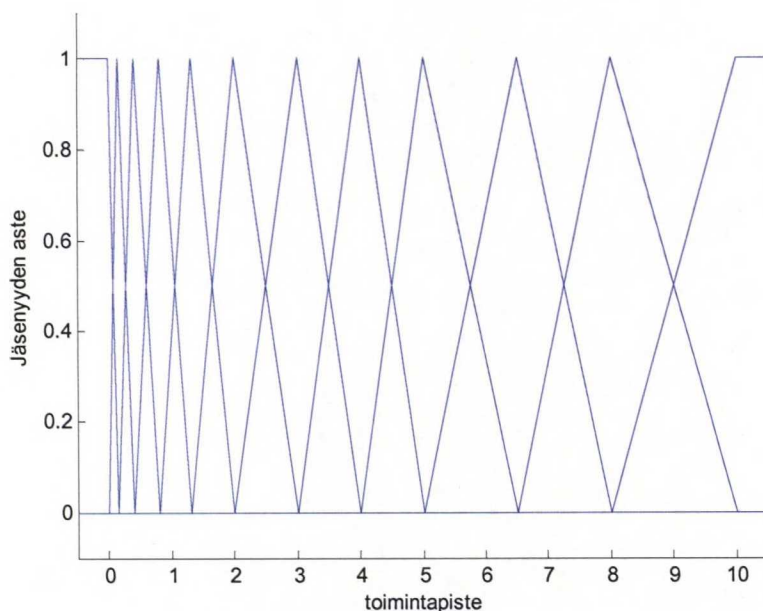
$$\theta_{\text{rules}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \dots & 12 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 2 & \dots & 12 \end{bmatrix}^T \quad (4.65)$$

Jos sääntöjä olisi valittu kuten luvussa 3.3, olisi sääntöjen määräksi tullut $12^2 = 144$. Ottamalla huomioon vain yhden sisäänmenon kerrallaan sääntöjen määrä putosi $2 \cdot 12 = 24$:ään. Painoiksi valittiin $w_{\bar{y}} = 0.9$ ja $w_{\bar{r}} = 0.1$. Kuvassa 4.6 on piirrettynä sumean lohkon sisäänmenojen jäsenyysfunktioiden asteet.

Sumean lohkon päättelymekanismiksi valittiin Sugeno-tyyppinen päättely. Näin säännöt olivat muotoa

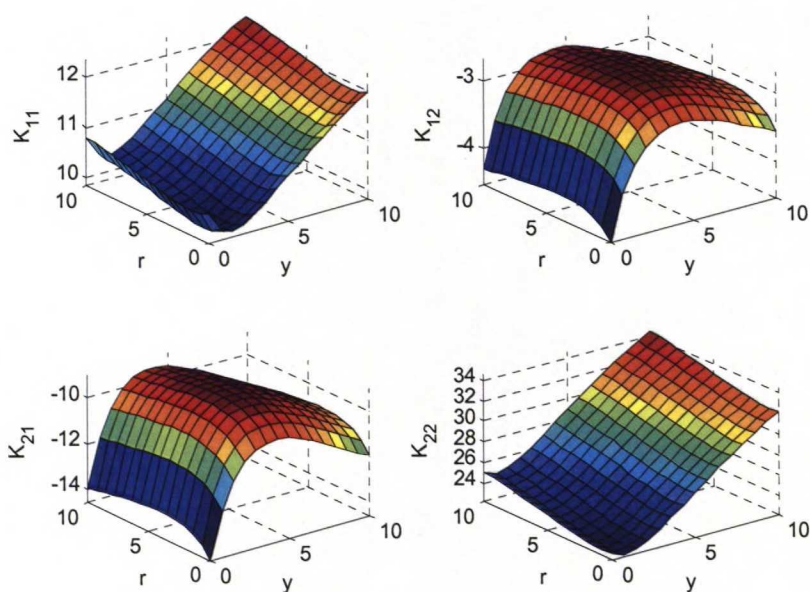
$$\begin{aligned} &\text{jos } \bar{y} \text{ on } mf_{\bar{y}}^{(1)}, \text{ niin } K_{11} \text{ on } K_{11}^{(1)}, K_{12} \text{ on } K_{12}^{(1)}, \dots, I_{22} \text{ on } I_{22}^{(1)} \\ &\text{jos } \bar{y} \text{ on } mf_{\bar{y}}^{(2)}, \text{ niin } K_{11} \text{ on } K_{11}^{(2)}, K_{12} \text{ on } K_{12}^{(2)}, \dots, I_{22} \text{ on } I_{22}^{(2)} \\ &\dots \\ &\text{jos } \bar{r} \text{ on } mf_{\bar{r}}^{(1)}, \text{ niin } K_{11} \text{ on } K_{11}^{(1)}, K_{12} \text{ on } K_{12}^{(1)}, \dots, I_{22} \text{ on } I_{22}^{(1)} \\ &\text{jos } \bar{r} \text{ on } mf_{\bar{r}}^{(2)}, \text{ niin } K_{11} \text{ on } K_{11}^{(2)}, K_{12} \text{ on } K_{12}^{(2)}, \dots, I_{22} \text{ on } I_{22}^{(2)} \\ &\dots \end{aligned}$$

jossa $mf_{\bar{y}}^{(i)}$ on ensimmäisen sisäänmenon i :s jäsenyysfunktio ja $K_{11}^{(i)}$ matriisin $\theta^{(i)}$ i :nnen rivin ensimmäinen alkio. Säännön tuloksena oli siis suoraan tarkka arvo. Ensimmäisen sisäänmenon \bar{y} säännöillä oli paino $w_{\bar{y}}$ ja toisen sisäänmenon \bar{r} säännöillä $w_{\bar{r}}$. Koska jokaisessa säännössä oli vain yksi sisäänmeno, ei JA- ja TAI-metodin valinnalla ollut väliä. Sääntöjen yhdistäväksi aggregaatiomenetelmäksi valittiin summa, koska ainoastaan kaksi sääntöä oli yhtäaikaan voimassa ja niiden painojen summa oli aina yksi. Selkeytys toteutettiin yksinkertaisesti painotettuna summana.

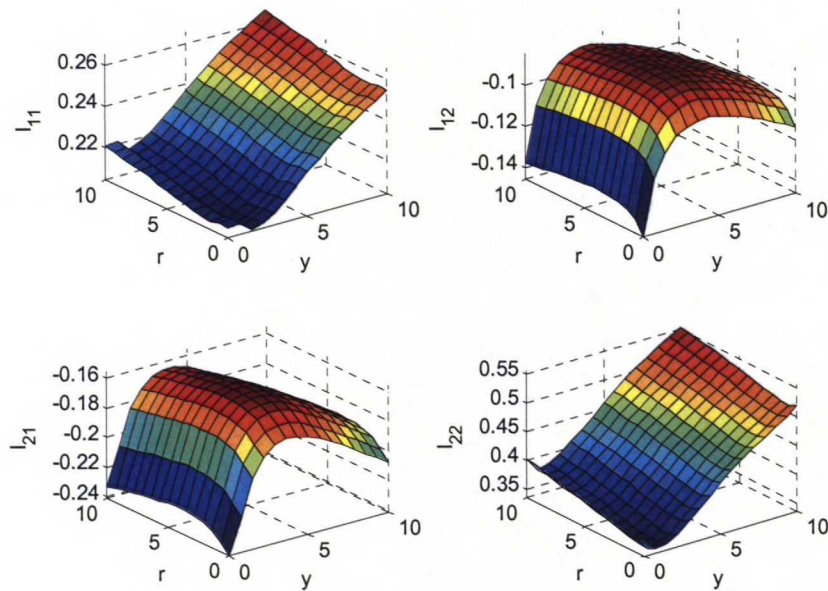


Kuva 4.6 Jäsenyysfunktiot sumean lohkon kummallekin sisäänmenolle \bar{y} ja \bar{r}

Kuvissa 4.7 ja 4.8 on esitetty sumean lohkon tuottamat päätöspinnat kaikille kahdeksalle ulostulolle. Kaikki pinnat olivat sileitä eikä epäjatkuvuuskohtia ollut koko toiminta-alueella. MIMO PI-säätimen parametrien vaihtuminen oli tällöin tasaista.



Kuva 4.7 Sumeat päätöspinnat säätimen vahvistusosan kerroinmatriisille K sisäänmenojen (asetusarvojen ja mittausten keskiarvojen) funktiona



Kuva 4.8 Sumeat päätöspinnat säätimen integrointiosan kerroinmatriisille I sisäänmenojen (asetusarvojen ja mittausten keskiarvojen) funktiona

Tulokset

Säätötuloksen arvioimisessa on syytä ensin tutkia järjestelmälle annettavia kriteerejä. Yleisesti säädön tulisi olla nopea ja jatkuvuustilan virhe pitäisi olla nolla. Myöskin pieni ylitys sekä häiriösiETOisuus ja robustisuus ovat tärkeitä ominaisuuksia. Ohjausta tulisi myös käyttää säästeliäästi. Monimuuttujatapauksessa säädön tulisi lisäksi olla myös sellainen, ettei yhteen asetusarvoon tehty muutos aiheuta muutoksia toisissa mittauksissa. On selvää, ettei kaikkia näitä vaatimuksia voida yhtäaikaan toteuttaa. Nopeuden kasvattaminen lisää väistämättä ohjausten käyttöä ja usein myös ristikkäisvaikutuksia.

Simuloitua esimerkkiä testattaessa keskityttiin monimuuttujasäädön tärkeimpään ongelmaan eli ristikkäisvaikutusten poistamiseen. Järjestelmää testattiin tekemällä askellaisia muutoksia toiseen asetusarvoon toisen asetusarvon ollessa vakioarvossa. Säädön toimivuutta testattiin koko toiminta-alueella.

Säätimen toimintaa verrattiin yhteen toimintapisteeseen ($p_y = 2$) viritettyyn MIMO PI-säätimeen sekä yksikkösäätimen toteutettuun säätöön. Yksikkösäätimet viritettiin käsin siten, että niiden nopeus oli likimain sama kuin muilla säätimillä. (Tulosten vertailussa eri säätimistä käytetään merkintöjä: sumeaa vahvistustaulukointia käyttävä säädin on säädin 1, yhden toimintapisteiden MIMO PI-säädin on säädin 2 ja yksikkösäätö on säädin 3.)

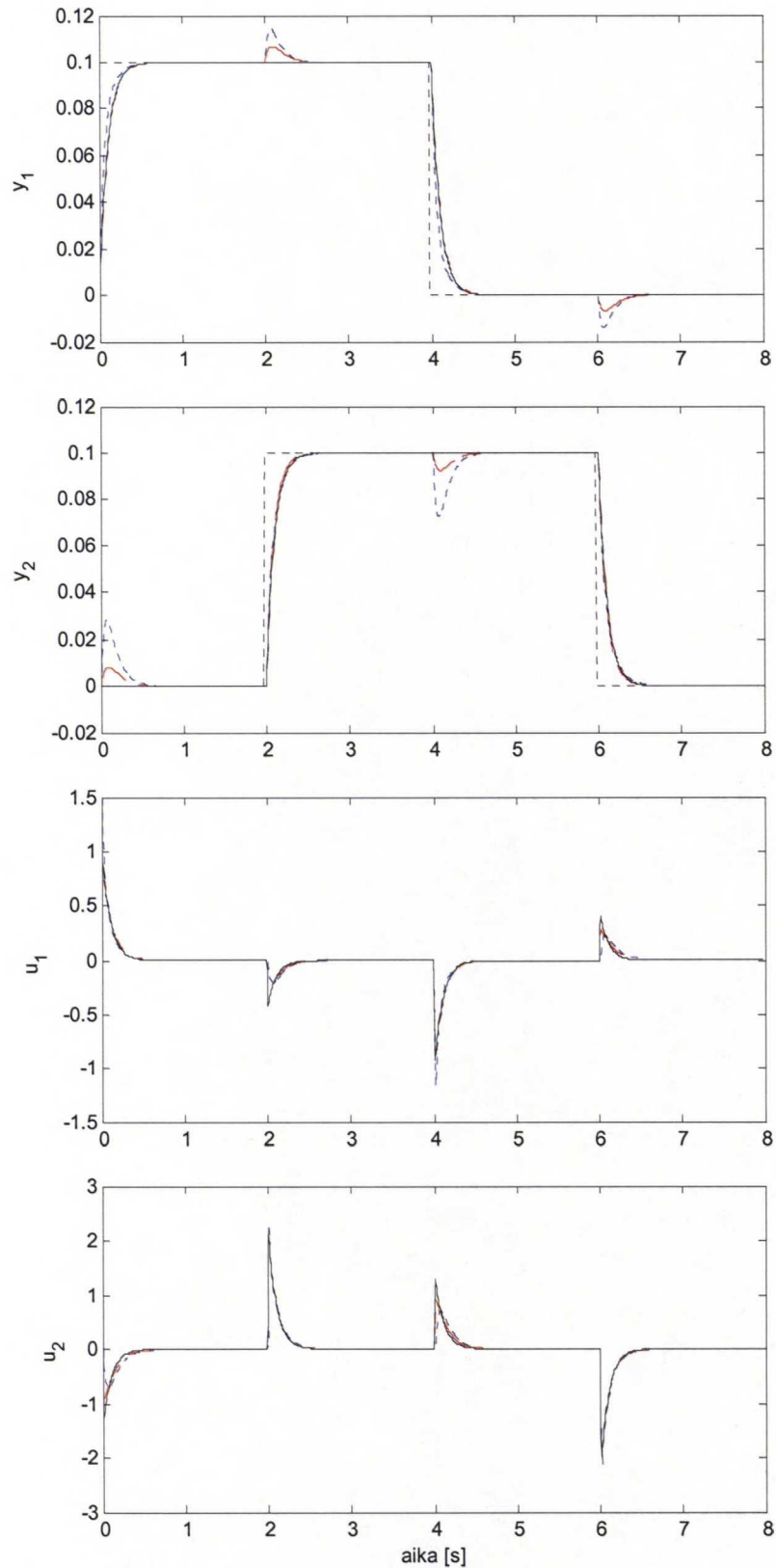
Säätimen 2 parametreiksi saatiin

$$K = \begin{bmatrix} 9.87 & -2.98 \\ -9.80 & 22.99 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 0.21 & -0.09 \\ -0.17 & 0.35 \end{bmatrix}$$

ja säätimen 3 parametreiksi

$$K_{\text{siso}} = \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 25 \end{bmatrix}, I_{\text{siso}} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.29 \end{bmatrix}.$$

Kuvassa 4.9 eri säätimien toimintaa on testattu askelmaisilla muutoksilla. Säätimen 1 vaste on piirretty mustalla yhtenäisellä viivalla, säätimen 2 vaste punaisella katkoviivalla ja säätimen 3 vaste sinisellä pisteviivalla. Toimintapiste on $p_{\bar{y}} = 0$ ja askeleen suuruus 0.1. Nousunopeudet ja asettumisajat kaikilla säätimillä olivat lähes yhtä suuret. Säädinten erot näkyivät vuorovaikutusten kompensoinnissa. Säätimen 3 ristikkäisvaikutukset olivat luonnollisesti selvimmät, mikä nähdään ylimmästä kuvasta kohdissa $t = 2$ ja 6 s sekä toisesta kuvasta kohdissa $t = 0$ ja 4 s. Säädin 2 toimi paremmin, mutta koska se on viritetty toimintapisteeseen $p_{\bar{y}} = 2$, ei se pystynyt täysin kompensoimaan ristikkäisvaikutuksia. Säädin 1 pystyi kompensoimaan ristikkäisvaikutukset lähes kokonaan. Ohjauksen käyttö askelmuutostilanteissa oli kaikilla säätimillä lähes yhtä suurta (ks. kolmas kuva kohdat $t = 0$ ja 4 s ja neljäs kuva kohdat $t = 2$ ja 6 s.).

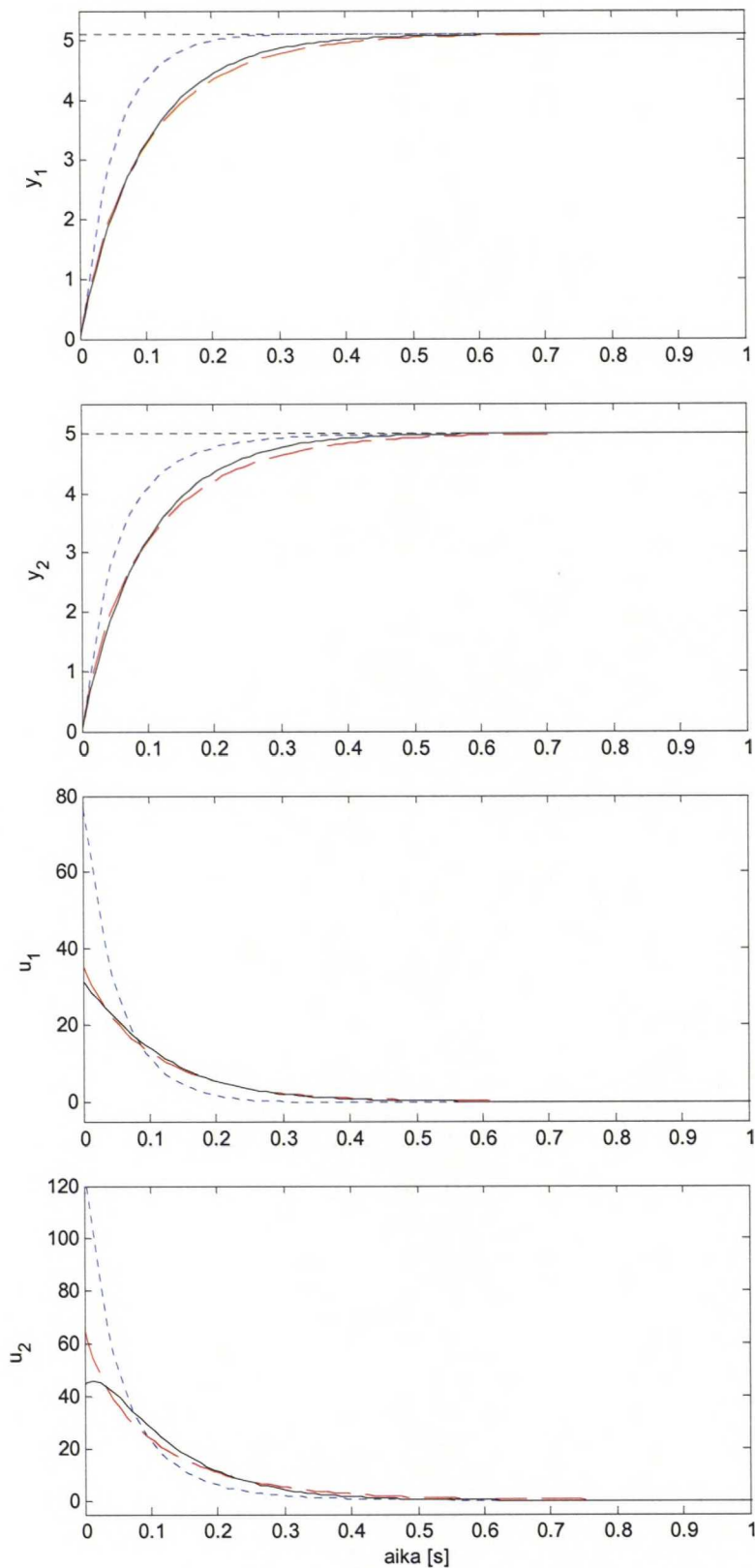


Kuva 4.9 Säädinten testaus askelmaisilla muutoksilla toimintapisteessä $p_y = 0$. Yksikkösäädinten vaste on piirretty sinisellä pisteviivalla, yhden toimintapiste MIMO PI-säädin punaisella katkoviivalla ja sumean vahvistustaulukoinnin vaste mustalla yhtenäisellä viivalla. Askeleen suuruus on 0.1 ja se on tehty aina vuorollaan kumpaankin asetusarvoon. Kahdessa ylimmässä kuvassa on kumpikin mittausta ja kahdessa alimmassa kuvassa vastaavat ohjaukset.

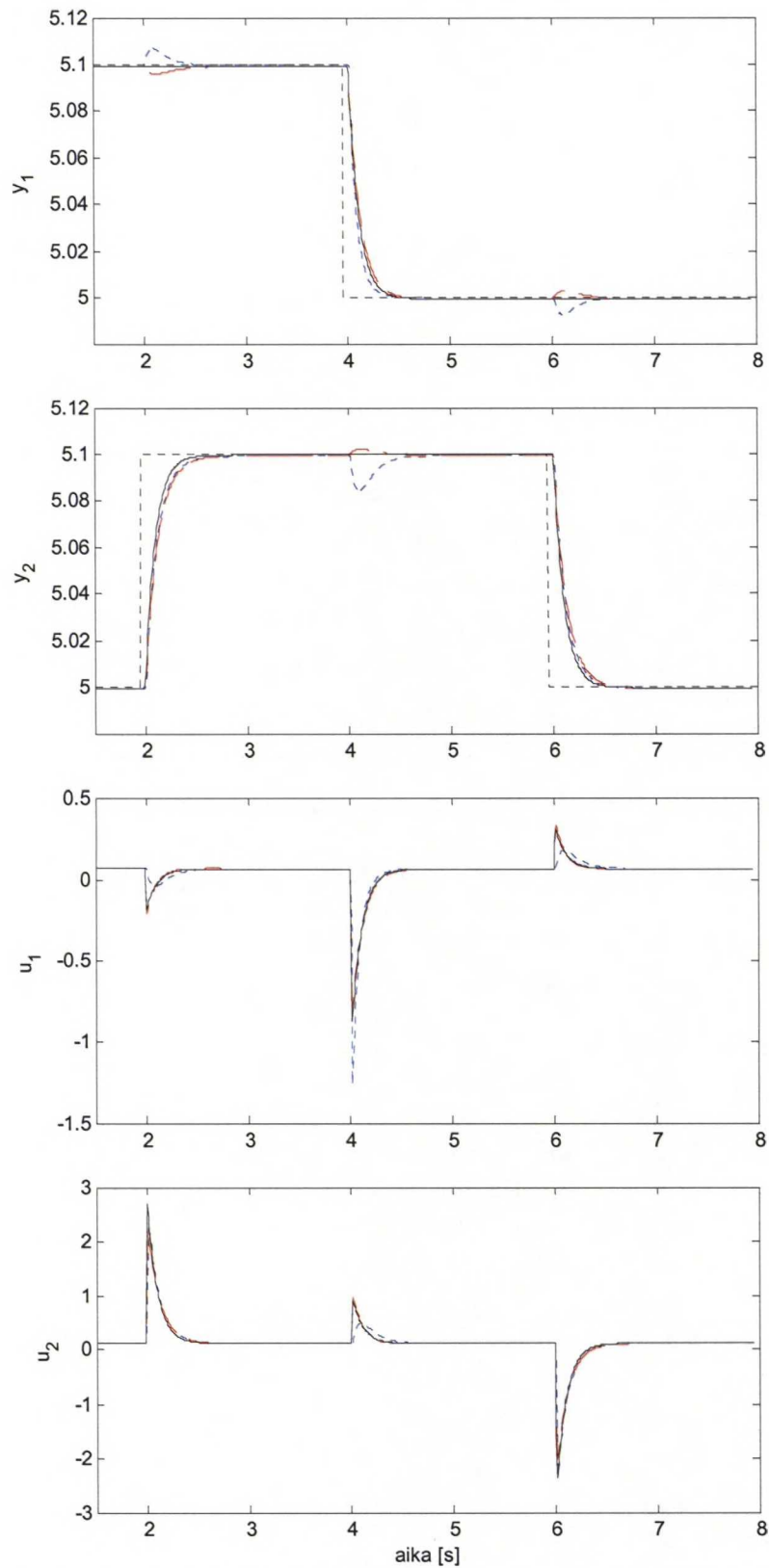
Seuraavaksi säätimiä testattiin eri toimintapisteessä. Järjestelmän tilat olivat aluksi nollassa, mikä aiheutti säätimien erilaisen käyttäytymisen ajettaessa kumpikin säätösuure asetusarvoonsa. Kuvassa 4.10 on esitetty muuten sama simulointi kuin kuvassa 4.9, mutta toimintapiste on nostettu kohtaan $p_{\bar{y}} = 5$ (eli asetusarvot olivat kummallekin mittausselle vuorollaan joko 5.0 tai 5.1) ja vain alkutransientti on piirretty (0 - 1 s). Nähdään, että jokainen säädin saavuttaa asetusarvot, mutta säädin 3 on selvästi nopeampi. Kahdesta alimmasta kuvasta nähdään, että säädin 3 käyttää paljon suurempia ohjauksia kuin säätimet 1 ja 2.

Kuvaan 4.11 on piirretty säätimen käyttäytyminen toimintapisteessä $p_{\bar{y}} = 5$ alkutransientin jälkeen. Askelmuutostilanteissa säädinten välillä ei ollut havaittavissa suuria eroja nopeudessa. Säädin 3 aiheutti taas suurimman ristikkäisvaikutuksen, mutta se oli pienempi kuin edellisessä mittauksessa. Tämä johtui mallin ristikkäisvaikutusten pienenemisestä toimintapisteen kasvaessa (RGA-arvo pieneni arvosta 1.56 arvoon 0.36). Säädin 2 toimi paremmin kuin edellisessä mittauksessa, mutta nyt ristikkäisvaikutus näkyi erisuuntaisena. Säätimessä 2 ristikkäistermit olivat liian suuret (mallin vuorovaikutus oli pienentynyt), jolloin säädin ylireagoi muutostilanteissa. Säätimen 1 vaste oli lähes identtinen edellisen mittauksen kanssa. Ristikkäisvaikutukset pystyttiin eliminoimaan lähes täysin.

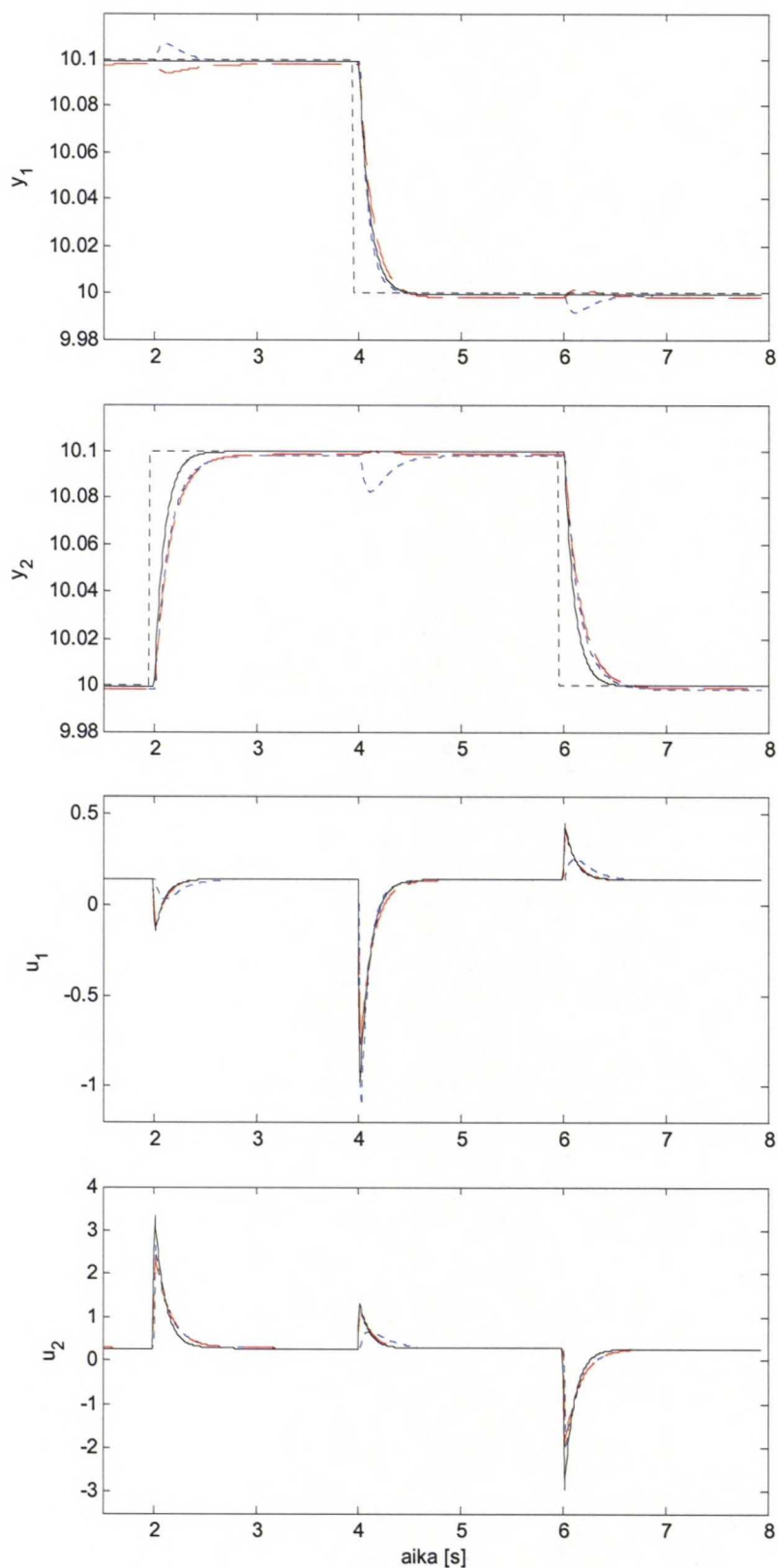
Seuraavassa mittauksessa (kuva 4.12) toimintapiste nostettiin arvoon $p_{\bar{y}} = 10$. Säätimen 3 nopeus askelmuutoksissa oli lähes sama kuin säätimellä 1. Säädin 2 oli jonkin verran hitaampi kuin toiset säätimet. Ristikkäisvaikutukset olivat suurimmat säätimellä 3. Vaikutus oli lähes sama kuin edellisessä mittauksessa, vaikka toimintapiste siirtyi viidestä 10:een. Tämä johtui siitä, ettei mallin ristikkäisvaikutus muuttunut juurikaan tällä välillä (RGA-arvo siirtyi arvosta 0.36 arvoon 0.38). Säädin 1 pystyi edelleen kompensoimaan ristikkäisvaikutukset sekä säilyttämään nopeutensa.



Kuva 4.10 Säädinten testaus askelmaisilla muutoksilla toimintapisteessä $p_y = 5$. Yksikkösäädinten vaste on piirretty sinisellä pisteviivalla, yhden toimintapisteen MIMO PI-säädin punaisella katkoviivalla ja sumean vahvistustaulukoinnin vaste mustalla yhtenäisellä viivalla. Kuvissa vain testin alkutransientti on piirretty näkyviin. Kahdessa ylimmässä kuvassa on kumpikin mittaus ja kahdessa alimmassa kuvassa vastaavat ohjaukset.

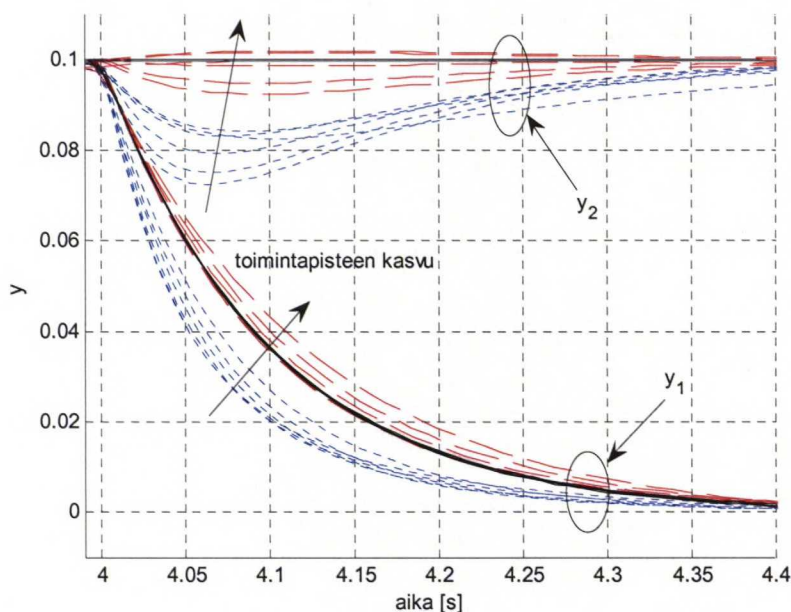


Kuva 4.11 Säädinten testaus askelmaisilla muutoksilla toimintapisteessä $p_y = 5$. Yksikkösäädinten vaste on piirretty sinisellä pisteviivalla, yhden toimintapisteen MIMO PI-säädin punaisella katkoviivalla ja sumean vahvistustaulukoinnin vaste mustalla yhtenäisellä viivalla. Kahdessa ylimmässä kuvassa on kumpikin mittaus ja kahdessa alimmassa kuvassa vastaavat ohjaukset.



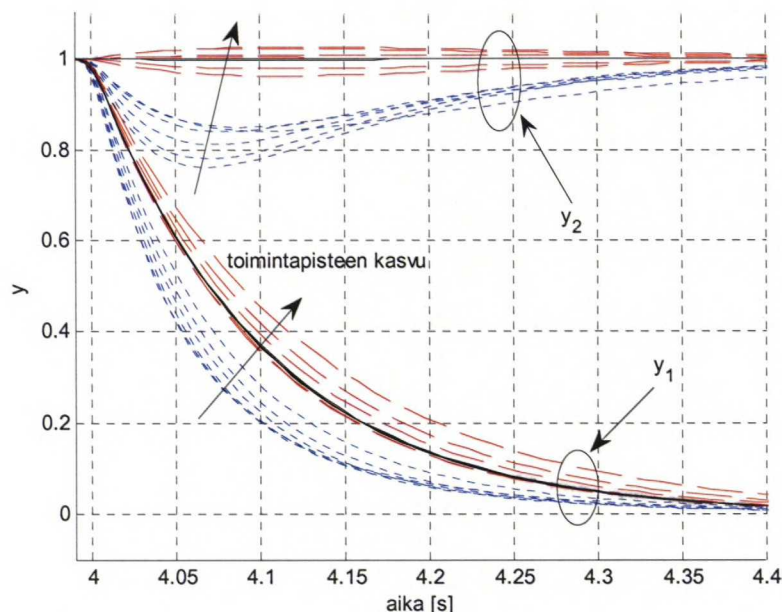
Kuva 4.12 Säädinten testaus askelmaisilla muutoksilla toimintapisteessä $p_y = 10$. Yksikkösäädinten vaste on piirretty sinisellä pisteviivalla, yhden toimintapisteen MIMO PI-säädin punaisella katkoviivalla ja sumean vahvistustaulukoinnin vaste mustalla yhtenäisellä viivalla. Kahdessa ylimmässä kuvassa on kumpikin mittaus ja kahdessa alimmassa kuvassa vastaavat ohjaukset.

Kuvassa 4.13 on esitetty tarkemmin molempien mittausten käyttäytyminen hetkestä 4 s hetkeen 4.5 s. Hetkellä 4 s asetusravoon 1 tehtiin 0.1:n suuruinen askelmuutos. Kuvaan on piirretty kummankin mittauksen vaste kuudessa eri toimintapisteessä $p_{\bar{y}} = [0 \ 0.4 \ 1.3 \ 3 \ 5 \ 10]$. Mittaukset skaalattiin vastaamaan askelta toimintapisteessä $p_{\bar{y}} = 0$, jolloin vertaileminen oli helpompaa. Toimintapisteiden kasvun vaikutus on merkitty kuvaan nuolilla. Tämä tarkempi kuva paljasti, että säädin 3 oli hieman nopeampi kuin muut säätimet. Toisaalta se myös hidastui toimintapisteiden kasvaessa. Säätimen 3 ristikkäisvaikutus mittaukseen 2 näkyi selvästi. Myös ristikkäisvaikutuksen pieneneminen näkyi. Säädin 2 oli hieman hitaampi kuin säädin 1 ja paljon hitaampi kuin säädin 3. Säätimen 2 ristikkäisvaikutus muuttui toimintapisteiden kasvaessa alikompensoivasta ylikompensoivaksi. Säätimen 1 vasteissa eri toimintapisteissä ei tästä kuvasta pystynyt näkemään eroja. Ristikkäisvaikutus oli olematonta. Säätimen nopeus säilyi myös koko toiminta-alueella.



Kuva 4.13 Kaikilla kolmella säädöllä simuloitu vaste. Kuvassa hetkeen $t = 4$ s kummankin mittauksen asetusravoo on 0.1 (skaalattu). Asetusravoon 1 tehdään hetkellä $t = 4$ s 0.1:n suuruinen askelmuutos, jonka jälkeen asetusravot ovat (skaalattuina) $r = [0 \ 0.1]$. Simuloinnit on suoritettu kuudessa eri toimintapisteessä $p_{\bar{y}} = [0 \ 0.4 \ 1.3 \ 3 \ 5 \ 10]$ ja kaikki mittaukset on skaalattu samaan kuvaan vastaamaan askelta toimintapisteessä $p_{\bar{y}} = 0$.

Edellä on kuvattu säädinten käyttäytymistä 0.1:n suuruisilla askelmuutoksilla. Kuvassa 4.14 on niin ikään testattu säädinten toimintaa eri toimintapisteissä (mittaukset skaalattu), mutta nyt askelkokoa nostettiin 0.1:stä 1:een. Erot säädinten välillä olivat lähes samat kuin edellisessäkin kokeessa.

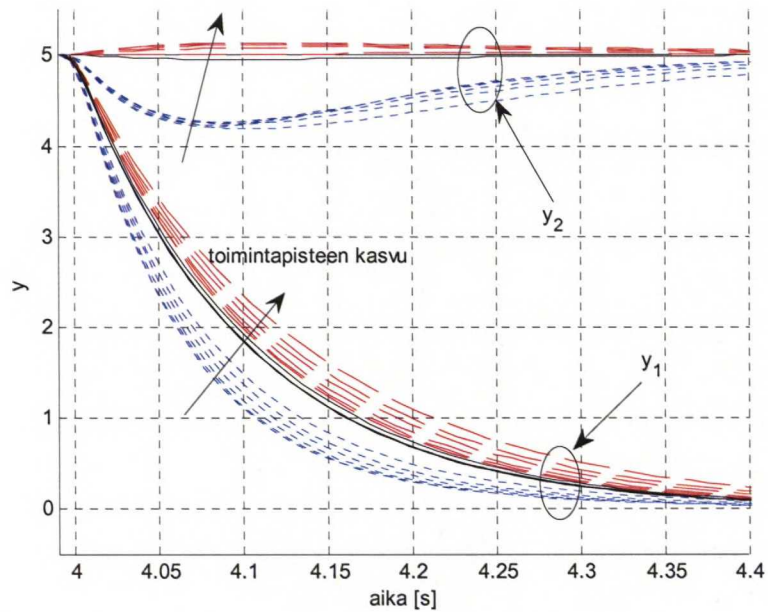


Kuva 4.14 Kaikilla kolmella säädöllä simuloitu vaste. Kuvassa hetkeen $t = 4$ s kummankin mittauksen asetusarvo on 1 (skaalattu). Asetusarvoon 1 tehdään hetkellä $t = 4$ s 1:n suurin askelmuutos, jonka jälkeen asetusarvot ovat (skaalattuina) $r = [0 \ 1]$. Simuloinnit on suoritettu kuudessa eri toimintapisteessä $p_{\bar{y}} = [0 \ 0.4 \ 1.3 \ 3 \ 5 \ 10]$ ja kaikki mittaukset on skaalattu samaan kuvaan vastaamaan askelta toimintapisteessä $p_{\bar{y}} = 0$.

Kuvassa 4.15 askelkokoa kasvatettiin 5:een. Säätimen 3 ristikkäisvaikutusten suuruudet olivat lähes riippumattomia toimintapistteestä. Samoin kävi säätimelle 2. Tämä johtui siitä, että askeleella 5 siirryttiin jokaisesta toimintapistteestä jo sellaiselle toiminta-alueelle, jossa ristikkäisvaikutus oli lähes saman suuruinen. Säätimen 1 vasteessa oli havaittavissa pieni ristikkäisvaikutus mittaukseen 2.

On huomattava, että yksikkösäätimet olisi voitu virittää huomattavasti nopeammiksi, jolloin ristikkäisvaikutukset olisivat pysyneet edelleen saman suuruisina (vaikutus olisi kyllä poistunut nopeammin). Käytettävä ohjaus olisi kuitenkin kasvanut, mikä oli syynä rajoittaa yksikkösäätimien nopeus lähes samaksi muiden säätimien kanssa.

Tuloksista voidaan todeta, että tällä esimerkkimallilla säädin 1 toimi parhaiten, kun pyrittiin ristikkäisvaikutusten eliminointiin askelmuutoksissa. Säädin 2 toimi paremmin kuin säädin 3, mutta toimintapisteen muuttuminen kauas siitä pisteestä, johon säädin 2 oli viritetty, aiheutti selvästi huonomman ristikkäisvaikutusten kompensoinnin.



Kuva 4.15 Kaikilla kolmella säädöllä simuloitu vaste. Kuvassa hetkeen $t = 4$ s kummankin mittauksen asetusarvo on 5 (skaalattu). Asetusarvoon 1 tehdään hetkellä $t = 4$ s 5:n suuruinen askelmuutos, jonka jälkeen asetusarvot ovat (skaalattuina) $r = [0 \ 5]$. Simuloinnit on suoritettu kuudessa eri toimintapistessä $p_{\bar{y}} = [0 \ 0.4 \ 1.3 \ 3 \ 5 \ 10]$ ja kaikki mittaukset on skaalattu samaan kuvaan vastaamaan askelta toimintapistessä $p_{\bar{y}} = 0$.

Luku 5

Testausprosessi

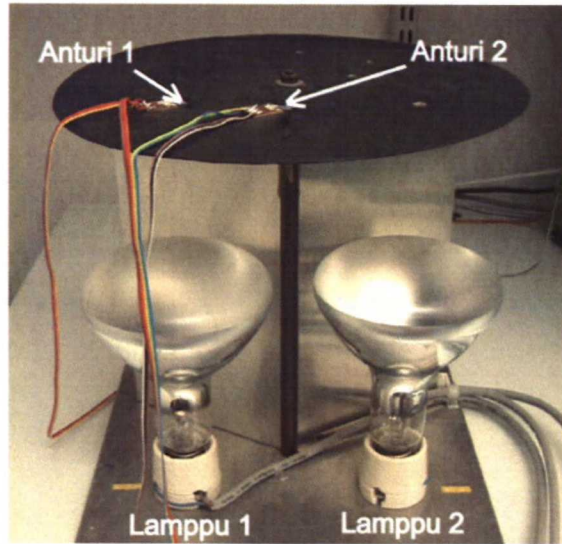
5.1 Lämmitysprosessi

Fyysinen rakenne

Sumean logiikan toimivuutta MIMO PI-säätimen parametrien vahvistustaulukoinnissa testattiin yksinkertaisella lämmitysprosessilla, joka oli suunniteltu opetustarkoituksiin. Prosessi koostui kahdesta lämpölampusta, niiden yläpuolelle kiinnitetystä metallilevystä ja tähän asennetuista kahdesta lämpötila-anturista. Prosessin rakenne on esitetty kuvassa 5.1. Lamput olivat toimilaitteita, joilla ohjattiin mittauspisteiden lämpötiloja. Kyseessä oli siis kahden sisäänmenon ja kahden ulostulon monimuuttujajärjestelmä.

Anturit olivat lamppujen yläpuolella olevassa metallilevyssä kiinni epäsymmetrisesti siten, että toinen anturi oli suoraan toisen lampun yläpuolella ja toinen anturi lamppujen välissä. Metallilevy johti hyvin lämpöä ja myös lamput säteilivät leveälle alueelle, mikä tarkoitti ristikkäisvaikutuksia.

Prosessi soveltui menetelmän testaamiseen hyvin, koska se oli yksinkertainen ja sillä oli selkeät ja riittävän suuret ristikkäisvaikutukset. Toisaalta antureiden suuri herkkyys ulkoisille häiriöille, kuten ilmavirtauksille, vaikeutti askelvastekokeiden tekemistä ja säätimen luotettavaa testausta.



Kuva 5.1 Lämmitysprosessin fyysinen rakenne.

Mittaus- ja ohjausjärjestelmä

Mittaus- ja ohjausjärjestelmään kuului lämpötila-anturit, signaalin muuntimet, tiedonkeruukortti ja tietokone. Anturit olivat Pt100-merkkiset vastusanturit. Muuntimet, jotka syöttivät antureille vaadittavan yhden milliampeerin virran, olivat EM-M21A-tyyppisiä. Muuntimet lisäksi linearisoivat antureiden vastusarvon. Lämpötila-alue 0-200 °C muunnettiin jännitearvoiksi alueelle 1-5 V. Muuntimien lähettämä jännitesignaali vietiin tiedonkeruu- ja ohjaustietokoneen tiedonkeruukortille (Analog Device, RTI-815). Itse prosessin ohjaus ja tiedonkeruu tapahtui tavallisella PC-tietokoneella.

Prosessin mittaus ja ohjaus toteutettiin Matlab-ohjelmistolla (versio 6.0). Tiedonkeruu ja säätäjä toteutettiin käyttäen hyväksi Matlabin ohjelmalaajennusta Real Time Toolbox:ia. Mittaustiedon analysointi ja ohjausten generointi tehtiin Matlabin Simulink-simulointiohjelmalla.

Säätimen tuottamat ohjausarvot muutettiin relearvoiksi ohjauksiksi. Ohjaussignaalin muokkaus tapahtui jo Simulink:ssa, jolloin tiedonkeruukortilta ulostulevalla 0-10 Vdc:n signaalilla voitiin helposti ohjata releiden avulla lamppuille menevää verkkovirtaa (230 Vac).

Ohjauksen rajoitukset

Prosessin toiminta-alue rajoittui käytännössä lämpötilojen 25 °C ja 130 °C väliin. Tämä johtui ohjausten rajoituksista. Koska ohjauksen toimilaitteina toimivat lämpölamput, minimiohjaus lamppuille oli 0 V:n jännite, jolloin toiminta-alue rajoittui alhaalta päin vallitsevaan ympäristön lämpötilaan. Toisaalta ohjaus oli rajoitettu myös ylhäältä, koska maksimiohjaus tarkoitti, että lamput olivat jatkuvasti päällä. Tällöin antureilta mitattu

lämpötila asettui likimain 130 °C:een tuntumaan. Rajoitettu ohjaus aiheutti ongelmia säädettäessä prosessia lähelle toiminta-alueiden rajoja.

Häiriöt

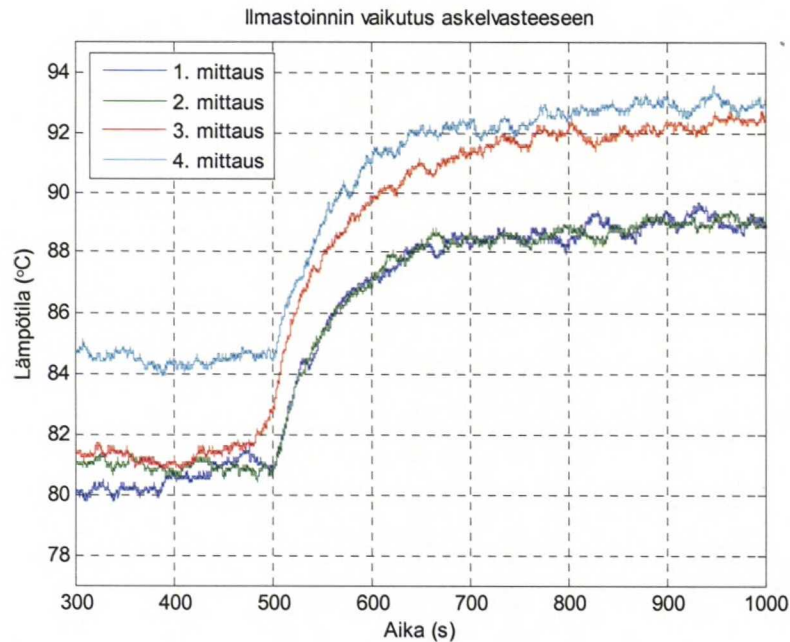
Prosessi oli altis useille häiriöille. Häiriöitä olivat mm. ilmavirtaukset antureiden ympärillä, mittausjohtimiin summautuneet sähkömagneettiset häiriöt, huoneilman lämpötilan muutokset ja huoneen ilmastoinnin muutokset.

Ilmavirtaukset antureiden yläpuolella aiheuttivat suurimmat häiriöt. Virtaukset johtuivat lähinnä huoneilman liikkeistä (ilmastointi). Ilmavirtaukset aiheuttivat voimakkaan lämpötilan siirtymisen pois metallilevystä, jossa anturit olivat kiinni. Ilmastoinnissa tapahtuneet muutokset (tuuletuksen voimistuminen) aiheuttivat ongelmia prosessia mallinnettaessa.

Kuvassa 5.2 nähdään neljä peräkkäin suoritettua askelvastekoetta. Kummallekin lampulle annettiin aluksi ohjaus 40 prosenttia lamppujen maksimiohjauksesta. Viidensadan sekunnin asettumisajan jälkeen tehtiin toiseen ohjaukseen 10 prosentin askelmuutos (40 → 50). Mittauksista on piirretty ainoastaan ensimmäisen mittauspisteen lämpötila. Kuvasta voidaan nähdä miten lämpötila kahdessa ensimmäisessä askelvastekokeessa nousi 81 asteesta 89 asteeseen.

Kolmannen mittauksen aikana käyttäytyminen muuttui. Nähdään, että jatkuvuustilan arvo oli huomattavasti suurempi kuin kahdessa aikaisemmassa kokeessa. Neljännessä mittauksessa lähtötaso nousi likimain saman verran kuin kolmannessa jatkuvuustilan arvo kasvoi. Askelvasteesta mitattavien vahvistuksen ja aikavakioiden arvot eivät eronneet toisistaan, jos verrataan kahta ensimmäistä ja neljättä mittausta. Tästä voitiin päätellä, että kolmannen mittauksen aikana ympäristöolosuhteissa tapahtui jokin muutos, mikä sai aikaan lähtötason nousun.

Lähtötason nousulla oli vain pieni vaikutus prosessin dynamiikkaan (vahvistukset, aikavakiot). Toisaalta se aiheutti ongelmia säädintä viritettäessä. Tällöin oli vaikea tietää, johtuiko säätimen huono käyttäytyminen huonosta virityksestä vai muuttuvista ympäristöolosuhteista. Säädinten virityksissä ja askelvastekokeissa käytettiin toistomittauksia, joilla pyrittiin vähentämään häiriöiden vaikutuksia.



Kuva 5.2 Ilmastoinnin muuttumisen aiheuttama vaikutus peräkkäin tehdyissä askelvastekokeissa, kun askelmuutos on tehty ohjauslamppuun 1 (mittaus vain anturista 1). Nominaaliohjaus 40 prosenttia maksimiohjauksesta, askel 10 prosenttia maksimiohjauksesta.

Epälineaarisuus

Fyysinen prosessi oli luonteeltaan epälineaarinen. Kappaleen säteilyn intensiteetti saadaan Stefan-Boltzmannin laista:

$$I_s = \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4), \quad (5.1)$$

jossa σ on Stefan-Boltzmannin vakio ja $\varepsilon \in [0,1]$ on kappaleen pinnan laadusta riippuva emissiivisyys. T on kappaleen absoluuttinen lämpötila ja T_0 on ympäristön absoluuttinen lämpötila. Koska ympäristön lämpötilaa voidaan pitää vakiona, oli esitelty lämmitysprosessi voimakkaasti epälineaarinen. Prosessin epälineaarisuus todettiin kokeellisesti suorittamalla askelvastekokeet prosessin koko toiminta-alueella.

5.2 Prosessin mallintaminen

Mallirakenteen valinta ja mittaukset

Mallin sisäänmenoiksi määriteltiin y_1 ja y_2 vastaten antureita 1 ja 2. Ohjaukset u_1 ja u_2 määriteltiin vastaten lamppuja 1 ja 2. Mallintaminen suoritettiin yksinkertaisesti askelvastekokeilla. Prosessin epälineaarisuus otettiin huomioon siten, että askelvastekokeet suoritettiin koko prosessin toiminta-alueella. Tällöin saatiin jokaisessa toimintapis-

teessä prosessin linearisoitu malli. Askelvastekokeet suoritettiin kahdeksassa eri toimintapisteessä, joiksi valittiin

$$p_u = [0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5 \ 0.6 \ 0.7 \ 0.8], \quad (5.2)$$

missä $p_u = 0.4$ tarkoittaa, että $u_1 = u_2 = 0.4$, kun ohjaussignaali on skaalattu siten, että $u = \{0, 1\}$. Toimintapisteet valittiin tasavälein, koska etukäteistietoa prosessin epälineaarisuudesta ei ollut. Jos prosessin aikavakiot olisivat olleet pienempiä ja prosessiin vaikuttavat häiriöt vähäisempiä, olisi toimintapisteitä voitu valita tiheämmin. Tämä olisi todennäköisesti pienentänyt mallivirhettä.

Jokaisessa toimintapisteessä askelvasteisiin sovitettiin ensimmäisen kertaluvun viiveettömän prosessin malli. Koska kyseessä oli kahden sisäänmenon ja kahden ulostulon prosessi, siirtofunktio matriisiksi jokaisessa toimintapisteessä saatiin

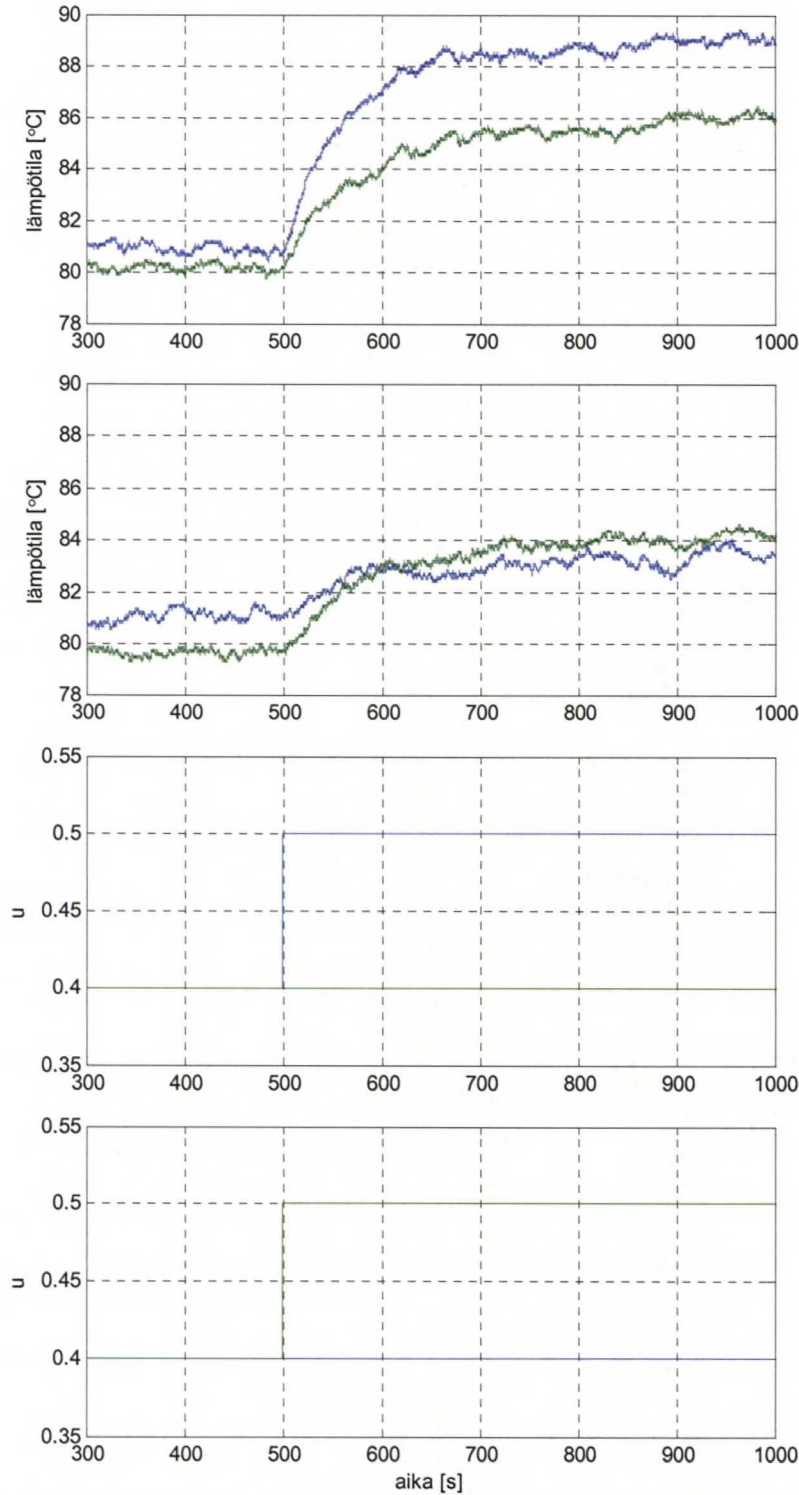
$$G = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}(p_u)}{\tau_{11}(p_u)s + 1} & \frac{k_{12}(p_u)}{\tau_{12}(p_u)s + 1} \\ \frac{k_{21}(p_u)}{\tau_{21}(p_u)s + 1} & \frac{k_{22}(p_u)}{\tau_{22}(p_u)s + 1} \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

jossa $k_{ij}(p_u)$ on vahvistus ja $\tau_{ij}(p_u)$ aikavakio. Aikavakio ja vahvistus ovat toimintapisteen funktioita.

Kuvassa 5.3 on esimerkki suoritetusta askelvastekokeesta, kun toimintapisteenä oli $p_u(4)$. Ylemmässä kuvassa on mittaukset y_1 ja y_2 , kun ohjaukseen u_1 on tehty 0.1:n askelmuutos hetkellä 500 s. Alemmassa kuvassa on vastaavat tulokset, kun askelmuutos on tehty ohjaukseen u_2 . Kokonaismittausaika oli 1000 s kummassakin mittauksessa.

Prosessin ristikkäisvaikutukset näkyivät selvästi; muutos ohjauksessa u_1 aiheutti lämpötilan nousun mittauksen y_1 lisäksi myös mittauksessa y_2 (ylempi kuva). Samoin kävi toisessakin kokeessa, jossa askelmuutos tehtiin ohjaukseen u_2 (alempi kuva). Suhteellinen vaikutus oli vielä suurempi.

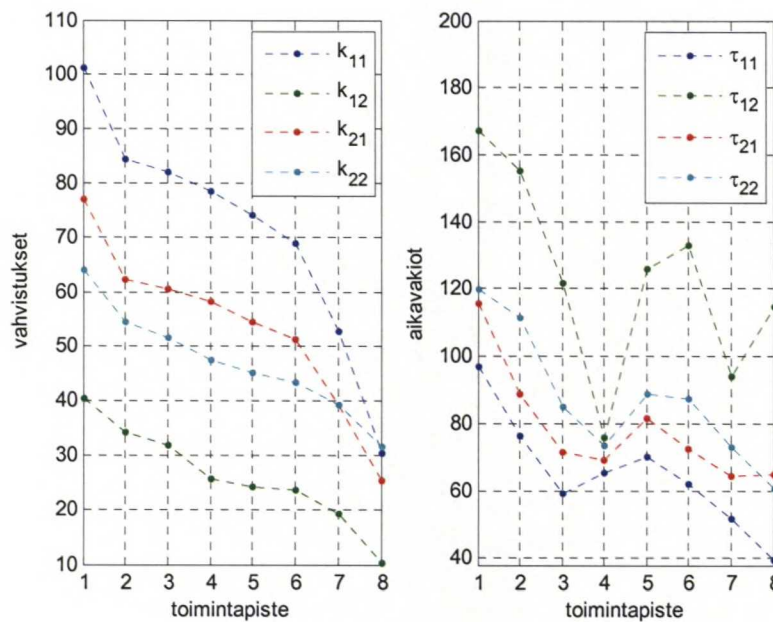
Koska häiriöiden vaikutus yksittäiseen mittaukseen oli suuri, suoritettiin 5-8 toistomittauksia jokaisessa toimintapisteessä. Mittauksista laskettiin keskiarvo, jota käytettiin mallintamiseen.



Kuva 5.3 Esimerkki askelvastekokeesta, kun toimintapisteenä on $p_u(4)$, jolloin askelmuutos kummasakin kokeessa on 0.4:stä 0.5:een. Kahdessa ylimmässä kuvassa sininen viiva on y_1 ja vihreä viiva on y_2 . Ylimpään kuvaan on piirretty vaste, kun askelmuutos on tehty ohjaukseen u_1 . Toisessa kuvassa on askelvaste, kun askelmuutos on tehty ohjaukseen u_2 . Alimmissa kuvissa on käytetyt ohjaukset, u_1 on piirretty sinisellä ja u_2 vihreällä viivalla.

Jokaisessa toimintapisteesä p_u suoritettujen askelkokeiden mittauksiin sovitettiin ensimmäisen kertaluvun viiveettömän prosessin malli. Näin saatu malli oli ainoastaan parametrien osalta epälineaarinen kuten edellä esitetty simulointimallikin (ks. luku 4.6).

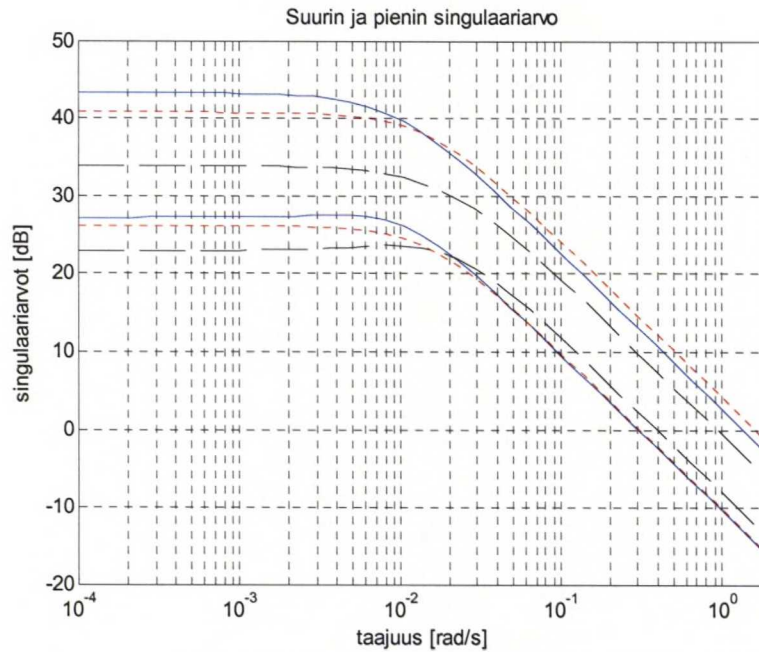
Kuvaan 5.4 on piirretty globaalin mallin G parametrit toimintapisteen funktiona. Oikeanpuoleisessa koordinaatistossa on prosessin vahvistuksen k_{ij} arvot eri toimintapisteissä. Aikavakioiden τ_{ij} arvot ovat puolestaan vasemmanpuoleisessa koordinaatistossa. Kuvasta nähdään, että vahvistusten arvojen muutokset olivat tasaisia, kun taas aikavakiot, varsinkin aikavakio τ_{12} , muuttuivat rajummin. Tämän perusteella toimintapisteitä olisi ehkä pitänyt valita useampi, jotta käyrien todellinen muoto olisi tullut selvemmin esille. Toisaalta mittauksia tehtiin useita, minkä pitäisi vähentää riskiä virheellisiin mittauksiin.



Kuva 5.4 Askelvastekokeista saadut prosessin siirtofunktio-matriisin alkioiden vahvistukset ja aikavakiot toimintapisteen funktiona

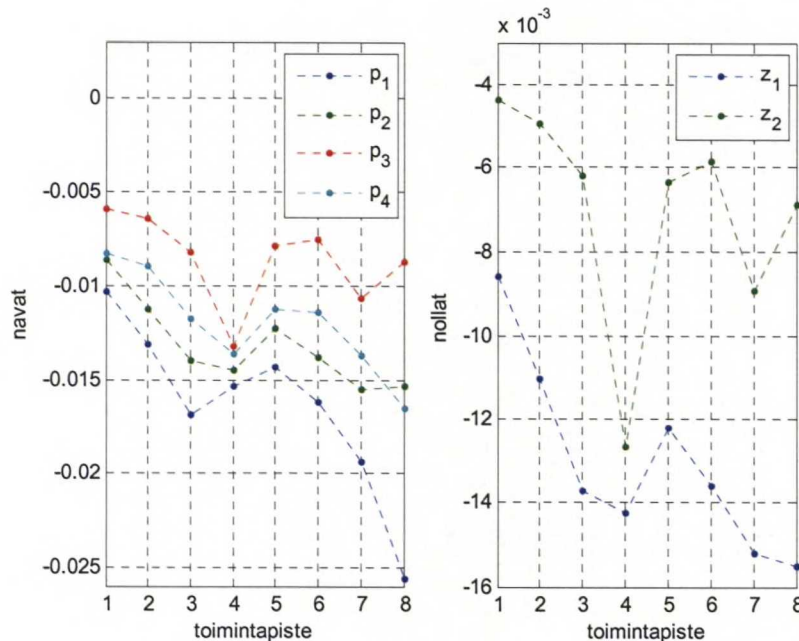
Mallin analysointi

Saatu prosessin malli analysointiin samalla tavalla kuin simuloidun esimerkin yhteydessä. MIMO-mallin vahvistus voidaan selvittää singulaariarvoista (ks. luku 4.1). Kuvaan 5.5 on piirretty mallin suurin ja pienin singulaariarvo taajuuden funktiona toimintapisteissä $p_u(1)$ sininen yhtenäinen viiva, $p_u(4)$ punainen pisteviiva ja $p_u(8)$ musta katkoviiva. Nähdään, että kun toimintapiste kasvaa, vahvistus putoaa pienillä taajuuksilla selvästi, mutta ei ylimenotaajuuden ympäristössä. Ylimenotaajuuden arvoksi arvioitiin 0.6 rad/s.



Kuva 5.5 Mallinnetun prosessin vahvistus. Kuvaan on piirretty suurimmat ja pienimmät singulaariarvot taajuuden funktiona toimintapisteissä $p_u(1)$ sininen yhtenäinen viiva, $p_u(4)$ punainen piste-viiva ja $p_u(8)$ musta katkoviiva.

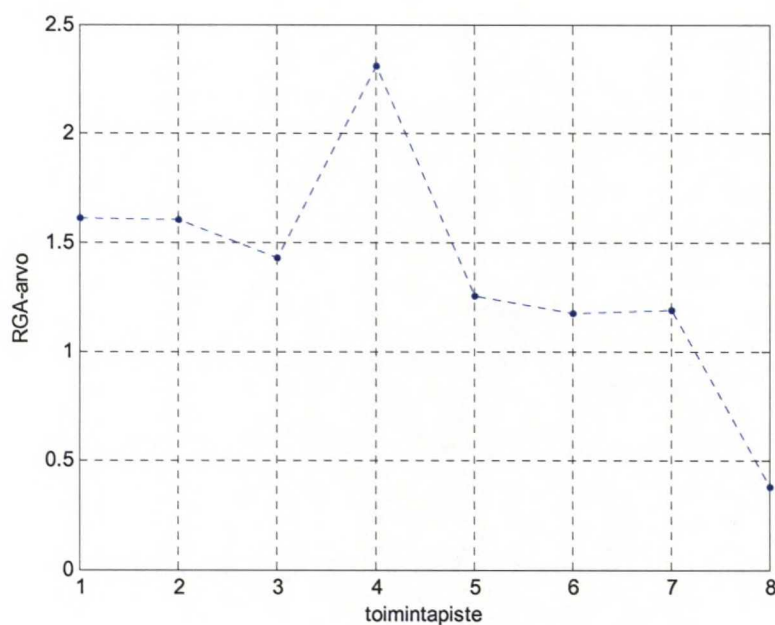
Prosessin malli oli neljättä astetta. Sillä oli neljä napaa ja kaksi nollaa. Navat ja nollat olivat reaalisia koko toiminta-alueella. Kuvaan 5.6 on piirretty mallin napojen ja nollien käyttäytyminen, kun toimintapiste vaihtuu. Malli oli stabiili (navat negatiivisia) ja minimivaiheinen (nollat negatiivisia) koko toiminta-alueella.



Kuva 5.6 Prosessin mallin navat ja nollat eri toimintapisteissä

Ohjattavuuden ja tarkkailtavuuden selvittämiseksi jokaisessa toimintapisteessä laskettiin ohjattavuus- ja tarkkailtavuusmatriisien rangit luvussa 4.1. esitetyllä tavalla. Matriisien rangit olivat täydet, joten malli oli ohjattava ja tarkkailtava jokaisessa toimintapisteessä.

Ristikkäisvaikutusten suuruudet selvitettiin RGA-analyysillä (ks. luku 4.2). Kuvaan 5.7 on piirretty kaavalla (4.37) laskettu RGA-arvo toimintapisteen funktiona. Ristikkäisvaikutus oli merkittävää toiminta-alueen alarajalla (RGA-arvo yli yhden). Toiminta-alueen ylärajaa kohti ristikkäisvaikutus pieneni niin, että toimintapisteessä $p_u(8)$ RGA-arvo on 0.38, mikä tarkoitti, että yksikkösäätimillään voitaisiin saada tyydyttävä säätötulos. Neljännen toimintapisteen kohdalla tapahtuva RGA-arvon hyppäys johtuu aikavakion τ_{12} arvon heilahtelusta.



Kuva 5.7 RGA-arvo piirrettynä toimintapisteen funktiona

Luku 6

Kokeelliset tulokset

6.1 Tavoitteet

Tavoitteena oli selvittää miten edellä suunniteltu sumea vahvistustaulukointi MIMO PI-säätäjän parametreille soveltuu pienen yksinkertaisen reaali-prosessin säätöön. Reaali-prosessin kuvaus ja analysointi on tehty edellisessä luvussa. Tässä luvussa toteutetaan uusi säädin ja viritetään se oikealle prosessille käyttäen hyödyksi simulointituloksia. Säätimen toimintaa verrataan yhteen toimintapisteeseen viritettyyn MIMO PI-säätimeen sekä yksikkösäätimiin.

6.2 Säätimen toteutus

Säätimen toteutus jakautui neljään osaan. Ensin laskettiin MIMO PI-säätimen parametrit askelvastekokeiden perusteella. Sitten suoritettiin viritysparametrien optimointi simuloimalla prosessin mallia ja hienoviritys reaali-prosessilla. Lopuksi suunniteltiin sumea lohko.

MIMO PI-säätimen parametrien laskeminen

Suoritettujen askelvastekokeiden perusteella saatiin kaavoilla (4.42) ja (4.43) laskettua matriisit P ja T . Toimintapisteessä $p_u(1)$ matriiseiksi saadaan

$$P = \begin{bmatrix} 0.1047 & 0.0240 \\ 0.0667 & 0.0534 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1.047 & 0.240 \\ 0.667 & 0.534 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 10.119 & 4.022 \\ 7.705 & 6.400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 101.19 & 40.22 \\ 77.05 & 64.00 \end{bmatrix},$$

joista edelleen kaavoilla (4.40) ja (4.41) säätimen kerroinmatriiseiksi

$$K = \begin{bmatrix} 1.340 & -0.603 \\ -1.674 & 2.625 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 0.019 & -0.012 \\ -0.023 & 0.030 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 \end{bmatrix}.$$

Integrointiosan kerroinmatriisin hienoviritykseen käytettiin tässä, kuten simulointimal-lissakin, kahta parametria.

Viritysparametrien optimointi simuloimalla

Kaavoissa (4.40) ja (4.41) esiintyvät viritysparametrit selvitettiin simuloimalla prosessin mallia, koska oikea prosessi oli hidas ja hyvin häiriöinen. Optimointikriteeri toimi niin, että se rankaisi ristikkäisvaikutuksesta, ylityksestä ja nousuajasta jokaisessa askelmuu-toskohdassa. Askelmuutoksia tehtiin kaikkiaan neljä kappaletta (ks. kuva 6.1). Opti-moinnissa minimoitiin kustannusta

$$J_{kok} = \sum_{i=1}^4 J_i, \text{ jossa} \quad (6.1)$$

$$J_1 = \gamma_1 \cdot \max_{1000}^{1150} \int e_1^2 + \max_{1000}^{1150} \int e_2^2 + \gamma_2 \cdot \sum_{1000}^{1150} (e_2 < 0)^2 \quad (6.2)$$

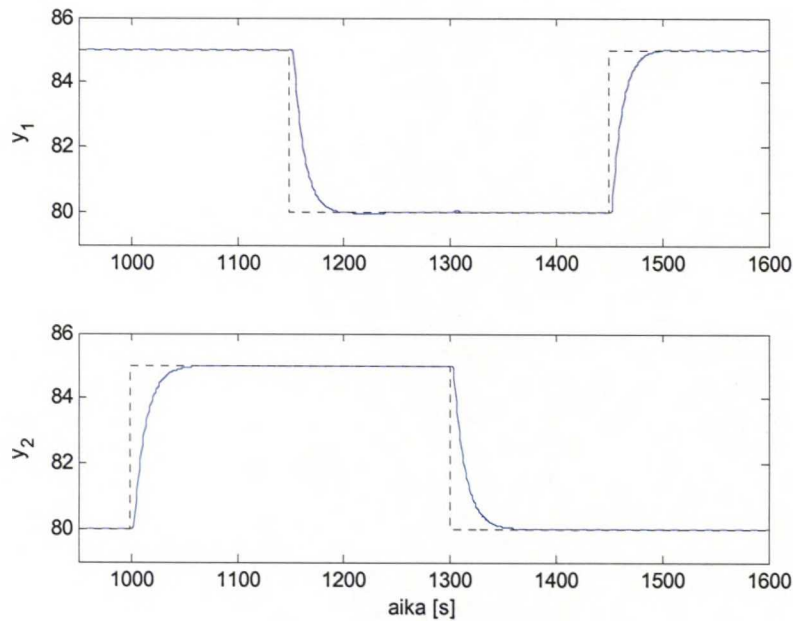
$$J_2 = \gamma_1 \cdot \max_{1150}^{1300} \int e_2^2 + \max_{1150}^{1300} \int e_1^2 + \gamma_2 \cdot \sum_{1150}^{1300} (e_1 > 0)^2 \quad (6.3)$$

$$J_3 = \gamma_1 \cdot \max_{1300}^{1450} \int e_1^2 + \max_{1300}^{1450} \int e_2^2 + \gamma_2 \cdot \sum_{1300}^{1450} (e_2 > 0)^2 \quad (6.4)$$

$$J_4 = \gamma_1 \cdot \max_{1450}^{1600} \int e_2^2 + \max_{1450}^{1600} \int e_1^2 + \gamma_2 \cdot \sum_{1450}^{1600} (e_1 < 0)^2. \quad (6.5)$$

Kaavoissa (6.2) - (6.5) $e = r - y$ ja γ_1 ja γ_2 ovat painokertoimia, joilla painotettiin ris-tikkäisvaikutuksen kompensointia ja ylitystä. Lisäämällä esimerkiksi kerrointa γ_2 voi-tiin ylitystä pienentää nousuajan ja ristikkäisvaikutusten kustannuksella. Vastaavasti kasvattamalla kerrointa γ_1 painotetaan kustannuksessa ristikkäisvaikutusta.

Kuvassa 6.1 on esimerkki toimintapisteessä $p_u(4)$ suoritetusta optimoinnista. Tasaantumisaajan (1000 s) jälkeen tehtiin askelmuutoksia 150 s välein vuoron perään kumpaankin asetusarvoon toisen asetusarvon pysyessä vakiona. Askelmuutoksia tehtiin molempiin suuntiin (ylös- ja alaspäin), koska prosessin ohjaus oli rajoitettu ja prosessin dynamiikka erilaista lämmitettäessä ja jäähdytettäessä. Ristikkäisvaikutukset (ylempi kuva $t = 1000$ s ja $t = 1300$ s, sekä alempi kuva $t = 1150$ s ja $t = 1450$ s) on pystytty eliminomaan lähes täysin.

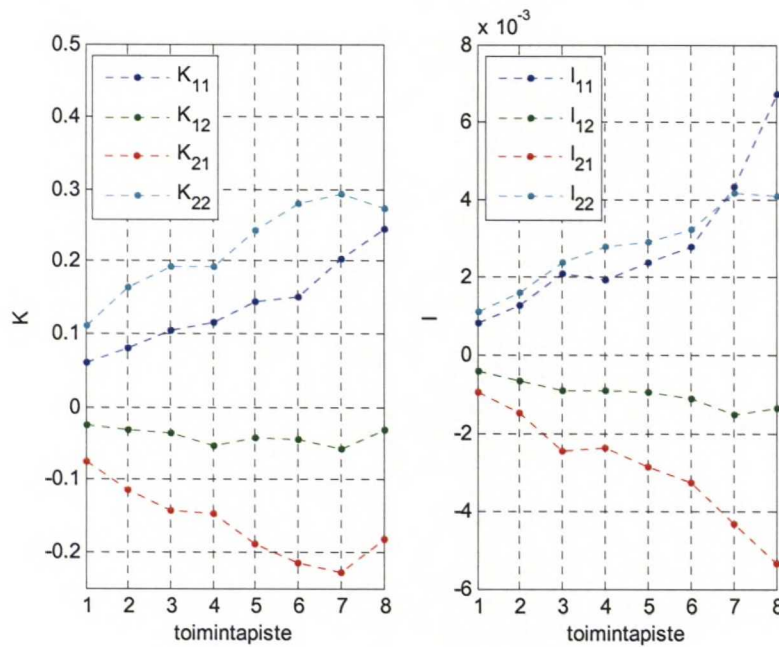


Kuva 6.1 Esimerkki optimoinnissa käytetyistä neljästä askelmuutoksesta toimintapisteessä $p_u(4)$. Tasaantumisaajan (1000 s) jälkeen tehtiin askelmuutoksia 150 s välein vuoron perään kumpaankin asetusarvoon toisen asetusarvon pysyessä vakiona.

Viritysparametrien laskemisen jälkeen kaikki säätimen parametrit koottiin yhteen matriisiin, jonka i :s rivi on

$$\theta^{(i)} = \begin{bmatrix} K_{11}^{(i)} & K_{12}^{(i)} & K_{21}^{(i)} & K_{22}^{(i)} & I_{11}^{(i)} & I_{12}^{(i)} & I_{21}^{(i)} & I_{22}^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

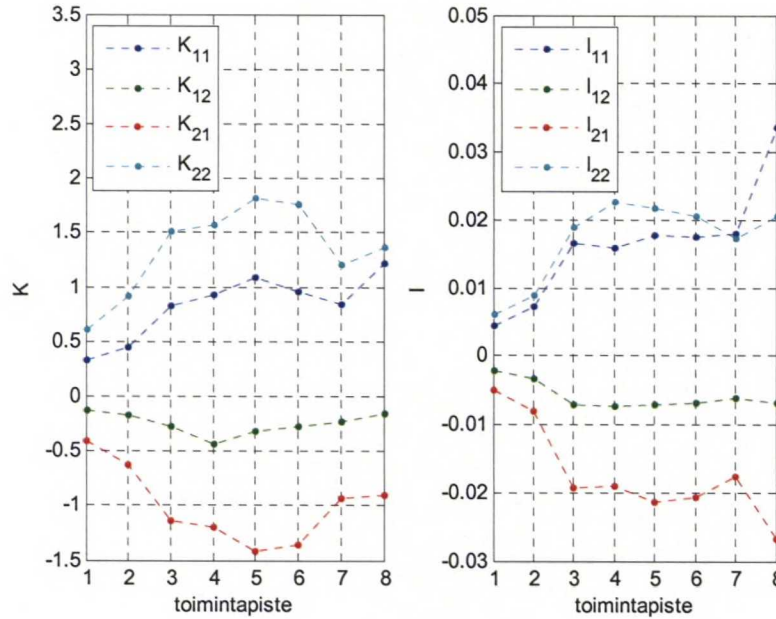
Kuvassa 6.2 on esitetty säätimen parametrit, vahvistus- ja integrointiosa erikseen.



Kuva 6.2 Optimoidut säätimen parametrit. Vasemmanpuoleisessa kuvassa vahvistusosan kerroinmatriisin alkioita ja oikeanpuoleisessa kuvassa integrointiosan kerroinmatriisin alkioita toimintapisteen funktiona.

Parametrien hienoviritys reaali prosessilla

Optimoimalla saadut viritysparametrit eivät toimineet suoraan oikealla prosessilla joutuessa esimerkiksi skaalauksesta ja mallivirheestä. Vahvistus- ja integrointiosien viritysparametrien suhdetta voitiin kuitenkin pitää oikeana, jolloin tarvittiin ainoastaan yksi parametri, jolla skaalaus tehtiin jokaisessa toimintapisteessä. Tämä toteutettiin yksinkertaisesti käsin kokeilemalla muutamalla parametrin arvolla. Samalla huomattiin, ettei prosessin säätäminen toimintapisteen tilaan, jossa esimerkiksi $r_2 = 125^\circ\text{C}$ ja $r_1 = 120^\circ\text{C}$, ole mahdollista ohjausten saturoitumisen takia. Kuvassa 6.3 on esitetty säätimen parametrit hienovirityksen jälkeen. Käyrien muoto on muuttunut selvästi verrattuna optimoituihin parametreihin.



Kuva 6.3 Säätimen parametrit hienovirityksen jälkeen. Vasemmanpuoleisessa kuvassa vahvistusosan kerroinmatriisin alkiot ja oikeanpuoleisessa kuvassa integrointiosan kerroinmatriisin alkiot toimintapisteen funktiona.

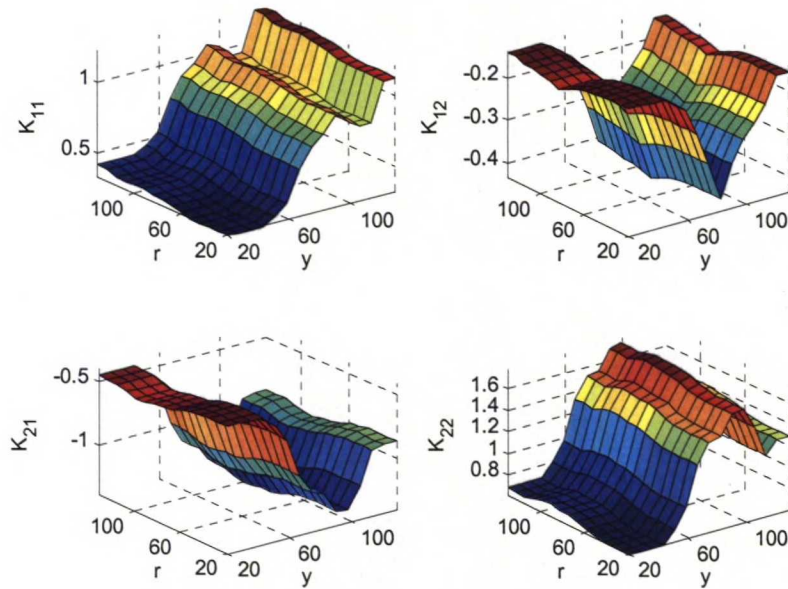
Sumea vahvistustaulukointi

Säätimen sumea lohko suunniteltiin samaan tapaan kuin simuloidussa esimerkissä (ks. luku 4.6). Toimintapisteitä vastaavat lämpötila-arvot laskettiin askelvastekokeista mittausten keskiarvona ja koottiin vektoriksi

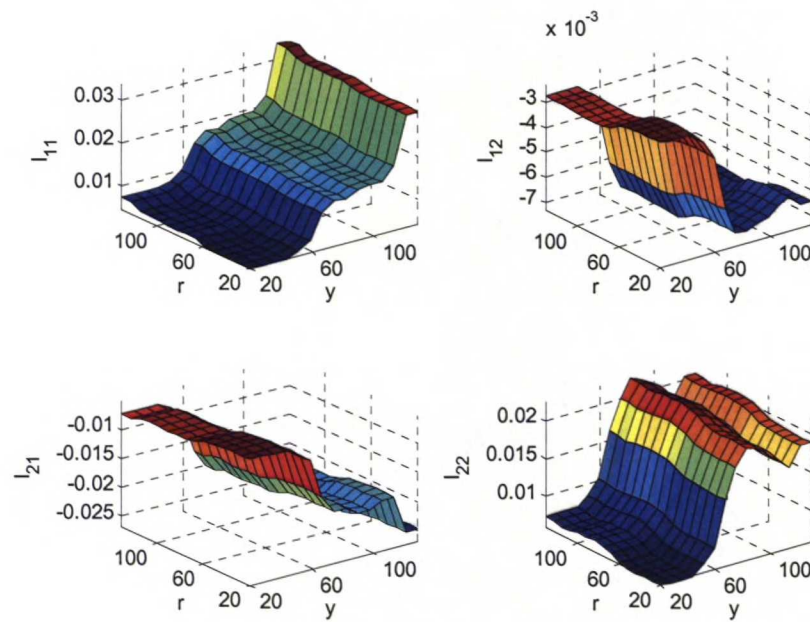
$$T_{p_u} = [45.4 \ 58.9 \ 70.8 \ 83.2 \ 92.9 \ 102.6 \ 113.0 \ 119.8]. \quad (6.7)$$

Sisäänmenojen kolmiomaisten jäsenyysfunktioiden kärjet sijoitettiin toimintapisteitä vastaavien lämpötilojen kohdalle. Koska toimintapisteitä oli vain kahdeksan, tuli sääntökannastakin pienempi käsittäen $2 \cdot 8 = 16$ sääntöä.

Kuvissa 6.4 ja 6.5 nähdään sumean lohkon tuottamat päätöspinnat säätimen vahvistusosan kerroinmatriisille K ja integrointiosan kerroinmatriisille I .



Kuva 6.4 Sumean lohkon tuottamat päätöspinnat säätimen vahvistusosan kerroinmatriisille K sisäänmenojen (asetusarvojen ja mittausten keskiarvojen) funktiona.



Kuva 6.5 Sumean lohkon tuottamat päätöspinnat säätimen integrointiosan kerroinmatriisille I sisäänmenojen (asetusarvojen ja mittausten keskiarvojen) funktiona

6.3 Tulokset

Säädintä testattiin samoilla kriteereillä kuin simuloitua esimerkkiä, eli tärkeimpänä testauksen kohteena oli ristikkäisvaikutusten kompensoiminen, kun askelmuutos tehdään toiseen asetusarvoon toisen asetusarvon pysyessä vakioarvossa.

Suunnitellun säätimen toimintaa verrattiin testeissä yhteen toimintapisteeseen $p_u(4)$ viritettyyn MIMO PI-säätimeen ja yksikkösäätimin toteutettuun säätäjään. Yhden toimintapisteiden MIMO PI-säätimen parametreiksi saatiin

$$K = \begin{bmatrix} 0.925 & -0.440 \\ -1.201 & 1.561 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 0.016 & -0.007 \\ -0.019 & 0.023 \end{bmatrix}$$

ja yksikkösäätimille arvot

$$K_{\text{SISO}} = \begin{bmatrix} 0.925 & 0 \\ 0 & 1.561 \end{bmatrix}, I_{\text{SISO}} = \begin{bmatrix} 0.016 & 0 \\ 0 & 0.023 \end{bmatrix}$$

(Suunnitellusta sumeasta säätimestä käytetään jatkossa nimitystä säädin 1, yhden toimintapisteiden MIMO PI-säätimestä nimitystä säädin 2 ja yksikkösäätimin toteutetusta säädöstä nimitystä säädin 3.)

Prosessiin vaikuttavien häiriöiden (ks. luku 5.1) takia säädinten testauksessa suoritettiin viisi toistomittausta, joista laskettiin keskiarvo. Tällä tavoin säädinten vertailu oli huomattavasti helpompaa, eikä juuri askelmuutoksen aikana tapahtuneet ympäristön muutokset (esim. ilmastoinnin lisääntyminen) vaikuttaneet tuloksiin niin paljoa.

Säädinten testaus toiminta-alueen alarajalla

Ensin vertailtiin säädinten toimintaa toiminta-alueen alarajalla. Kuvaan 6.6 on piirretty säädinten vasteet ja ohjaukset, kun askelmuutoksia on tehty vuoron perään kumpaankin asetusarvoon. Säätimen 1 vaste on piirretty sinisellä, säätimen 2 vihreällä ja säätimen 3 punaisella viivalla sekä asetusarvo mustalla katkoviivalla. Asetusarvot olivat aluksi $r_1 = 50 \text{ °C}$ ja $r_2 = 45 \text{ °C}$. Tuhannen sekunnin ylösajon jälkeen tehtiin ensin ensimmäiseen asetusarvoon askelmuutokset hetkillä $t = 1000 \text{ s}$ ja $t = 1400 \text{ s}$. Toiseen asetusarvoon tehtiin askelmuutokset hetkillä $t = 1800 \text{ s}$ ja $t = 2200 \text{ s}$.

Kaikki säätimet saavuttivat asetusarvonsa, eli jatkuvuustilan virhettä ei jäänyt. Nopeudessa ja ristikkäisvaikutusten kompensoinnissa säätimien välillä oli huomattavia eroja. Säädin 1 oli selvästi hitaampi kuin säätimet 2 ja 3, joiden nopeudet olivat lähes samat. Säädin 3 oli toteutettu yksikkösäätimillä, jolloin ristikkäisvaikutuksia ei edes yritetty kompensoida. Tämä näkyy hyvin, kun ensimmäiseen asetusarvoon tehtiin muutoksia (toinen kuva, hetket $t = 1000$ ja 1400 s). Vaikutus ei ole niin suuri, kun askelmuutoksia tehtiin toiseen asetusarvoon (ensimmäinen kuva, hetket $t = 1800$ ja 2200 s). Ero johtuu siitä, että ristikkäisvaikutus $u_2 \rightarrow y_1$ on paljon pienempi kuin ristikkäisvaikutus $u_1 \rightarrow y_2$. Mallin siirtofunktiot ovat

$$G_{12}^{(1)} = \frac{40.4}{167.3s+1}, \quad G_{21}^{(1)} = \frac{77.0}{115.5s+1}.$$

Nähdään, että aikavakiossa ja etenkin vahvistuksessa on huomattava ero.

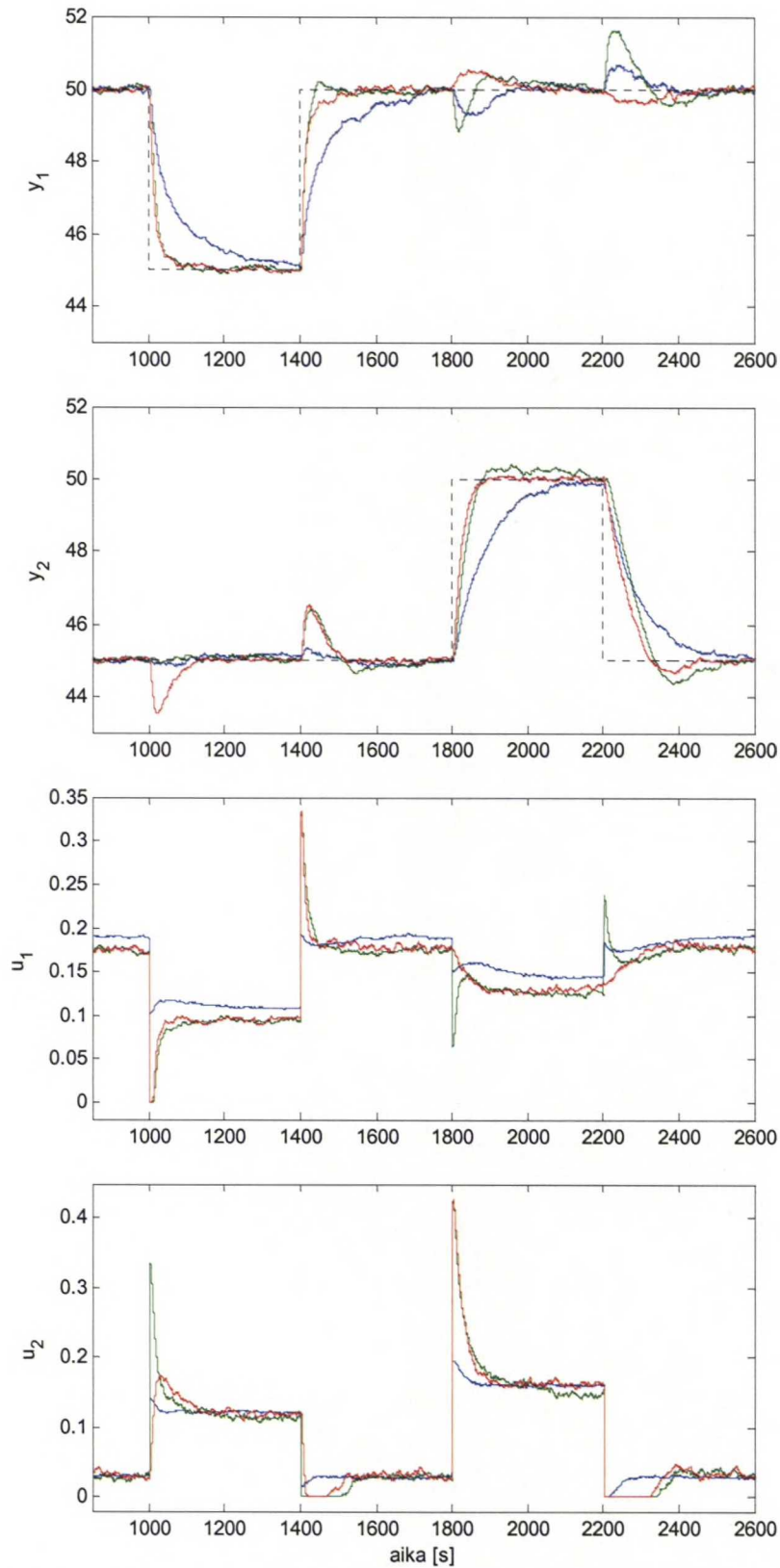
Säädin 2 kompensoi ristikkäisvaikutuksen kohdassa $t = 1000$ s, muttei kohdassa $t = 1400$ s. Ero johtuu siitä, että ensimmäisessä kohdassa kompensoiminen tarkoittaa ohjauksen u_2 lisäämistä, mikä on mahdollista, koska ollaan toiminta-alueen alarajalla (ks. alin kuva). Toisen askelmuutoksen kohdalla kompensoiminen tarkoittaisi taas sitä, että ohjausta u_2 tulisi vähentää. Ongelmaksi tuli ohjauksen rajoitus. Alimmasta kuvasta nähdään välillä 1400 - 1500 s, että säätimien 2 ja 3 ohjaukset saturoituivat. Juuri tästä johtuen säädin 1 on hitaampi kuin toiset säätimet; se on viritetty niin, että ohjaus riittäisi. Säädin 2 kompensoi liikaa ristikkäisvaikutuksia kohdissa $t = 1800$ ja 2200 s. Säätimen 2 viritys olikin tehty toimintapisteeseen $p_u(4)$, jolloin sen parametrit eivät ole optimaaliset toiminta-alueen alarajalla. Säädin 1 kompensoi myös liikaa samoissa paikoissa kuin säädin 2. Prosessin mallinnus ei todennäköisesti ole onnistunut riittävän hyvin.

Säädinten testaus toiminta-alueen keskivaiheilla

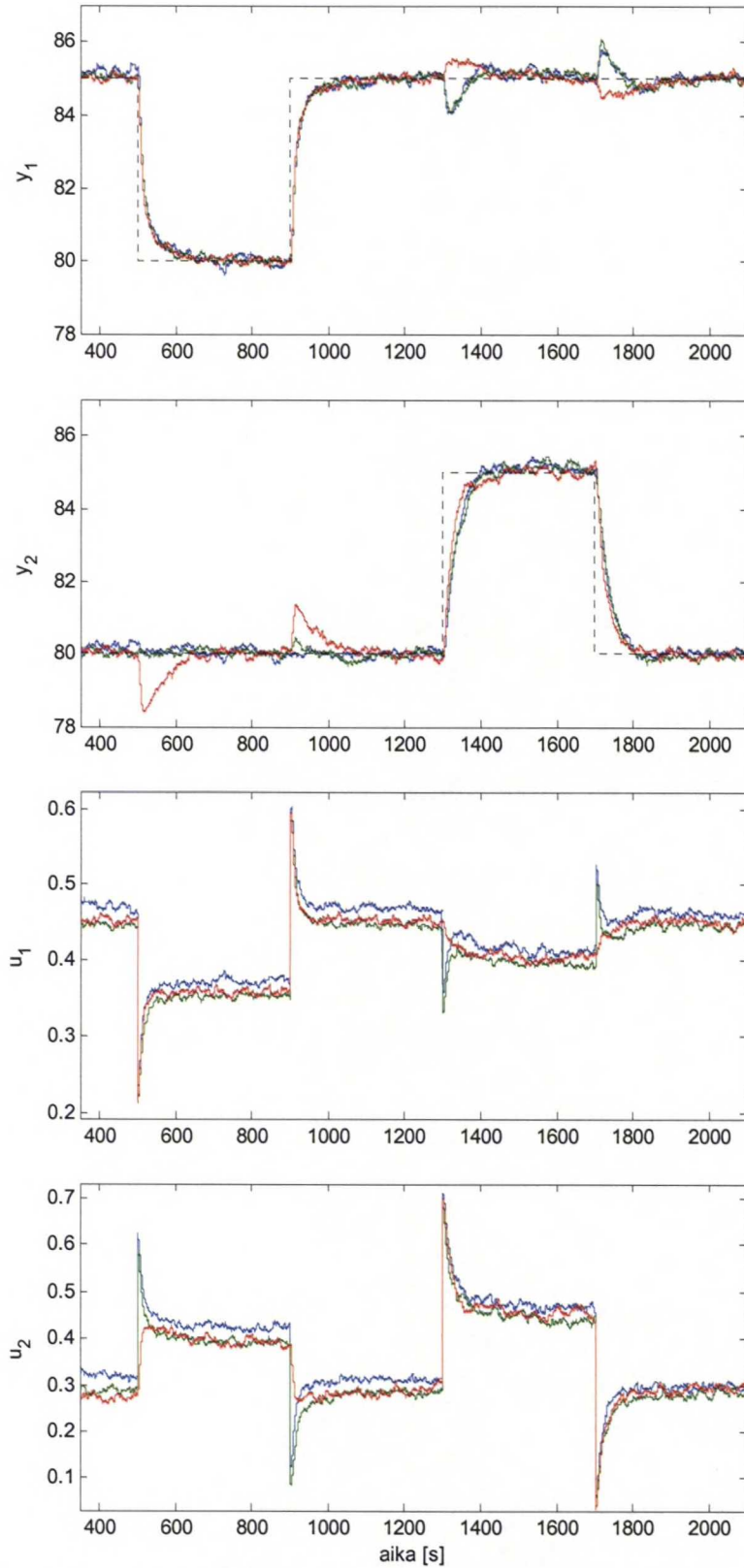
Kuvaan 6.7 on piirretty säädinten testaus toiminta-alueen keskivaiheilla, kun asetusarvot vaihtelivat välillä $80 - 85$ °C. (Tasaantumisaikaa lyhennettiin, mutta askelten väli oli edelleen 400 s.)

Jatkuvuustilan virhettä ei esiintynyt millään säätimellä. Kaikkien säätimien nopeus oli lähes sama. Tämä on luonnollista, koska säädin 2 ja säädin 3 viritettiin juuri tähän toimintapisteeseen. Erot säädinten 1 ja 2 välillä olivat varsin pienet. Pienet poikkeamat ohjausarvoissa johtuivat huoneen lämpötilan vaihteluista. Säätimet 1 ja 2 olivat parametreiltään käytännössä identtiset.

Ristikkäisvaikutus ensimmäisen asetusarvon muuttuessa (toinen kuva, $t = 500$ ja 900 s) oli suurinta säätimellä 3. Toisen asetusarvon muuttuessa (ensimmäinen kuva, $t = 1300$ ja 1700 s) ristikkäisvaikutuksia esiintyi kaikilla säätimillä. Säätimet 1 ja 2 kompensoivat selvästi liikaa muutostilannetta. Rajoitettu ohjaus ei tällä toiminta-alueella tuottanut ongelmia.



Kuva 6.6 Kolmen eri säätimen vertailua toiminta-alueen alarajalla. Säädinten toimintaa on testattu askelmaisilla muutoksilla vuorollaan kumpaankin asetusarvoon. Säätimen 1 vaste on piirretty sinisellä, säätimen 2 vaste vihreällä ja säätimen 3 vaste punaisella viivalla. Kahdessa ylimmässä kuvassa on prosessin vasteet ja kahdessa alimmassa kuvassa vastaavat ohjaukset.



Kuva 6.7 Kolmen eri säätimen vertailua toiminta-alueen keskivaiheilla. Säädinten toimintaa on testattu askelmaisilla muutoksilla vuorollaan kumpaankin asetusarvoon. Säätimen 1 vaste on piirretty sinisellä, säätimen 2 vaste vihreällä ja säätimen 3 vaste punaisella viivalla. Kahdessa ylimmässä kuvassa on prosessin vasteet ja kahdessa alimmassa kuvassa vastaavat ohjaukset.

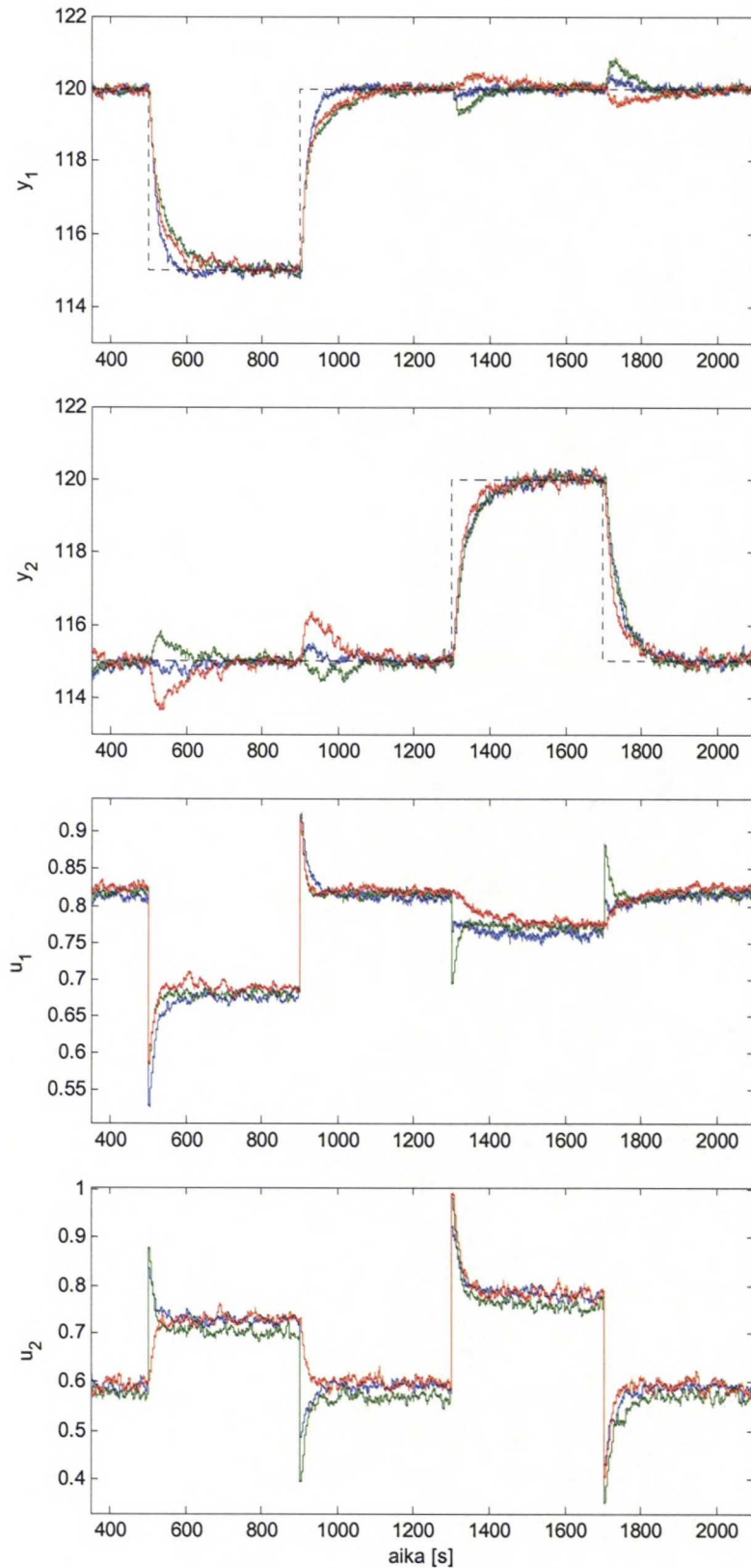
Säädinten testaus toiminta-alueen ylärajalla

Lopuksi säätimiä testattiin toiminta-alueen ylärajalla asetusarvojen vaihdellessa välillä $115 - 120\text{ }^{\circ}\text{C}$ (kuva 6.8). Tässä kokeessa huomattiin, että säädin 1 oli hieman nopeampi kuin säätimet 2 ja 3 tehtäessä askelmuutosta asetusarvoon 1. Säätimen 3 ristikkäisvaikutusten kompensoimattomuus näkyy hyvin toisessa kuvassa kohdissa $t = 500$ ja 900 s. Säädin 2 ylikompensoi ristikkäisvaikutuksia kaikissa askelmuutostkohdissa. Säädin 1 kompensoi parhaiten ristikkäisvaikutukset. Mikään säädin ei aiheuttanut ohjauksen saturoitumista.

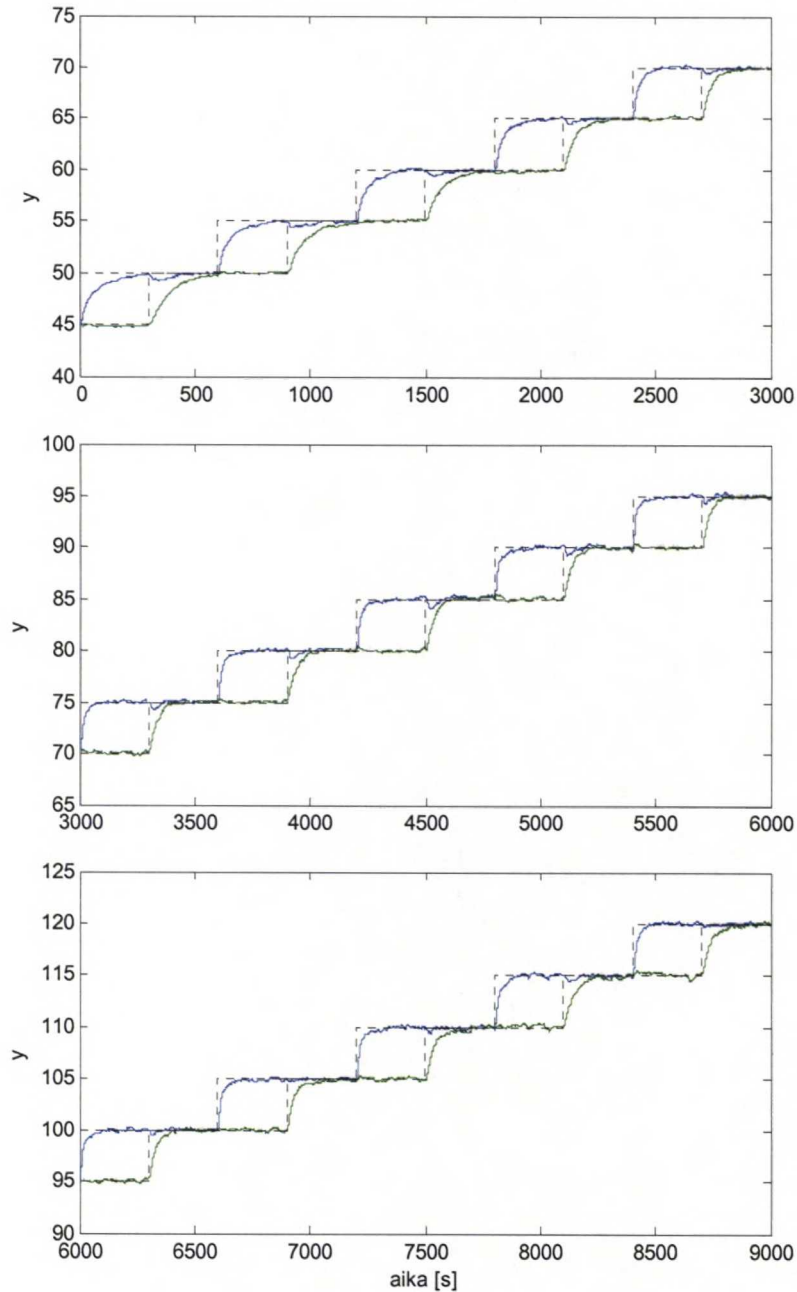
Säätimen 1 testaus koko toiminta-alueella

Säätimelle 1 tehtiin vielä yksi koe, jolla selvitettiin säätimen käyttäytyminen koko toiminta-alueella. Kuvaan 6.9 on piirretty säätimen 1 vaste, kun kummallekin asetusarvolle on annettu viiden asteen askelmuutoksia vuorotellen toisen asetusarvon pysyessä vakioarvossa. Mittaus y_1 on piirretty sinisellä ja mittaus y_2 vihreällä viivalla. Huomataan, että säätimen nopeus oli selvästi pienempi toiminta-alueen alarajalla kuin lähellä ylärajaa. Tämä johtui rajoitetusta ohjauksesta, jonka takia säädin viritettiin hitaammaksi.

Asetusarvoon 2 tehdyn askelmuutoksen aiheuttama ristikkäisvaikutus mittaukseen 1 on onnistuttu kompensoimaan täysin. Ristikkäisvaikutusta toiseen suuntaan (asetusarvosta 1 mittaukseen 2) kompensoidaan toiminta-alueen ala- ja keskivaiheilla liikaa. Toiminta-alueen ylärajalla kompensointi on onnistunut. Toisaalta toiminta-alueen ylärajalla prosessin ristikkäisvaikutukset olivat ainakin mallin mukaan pienemmät kuin muualla (RGA-arvo matalampi).



Kuva 6.8 Kolmen eri säätimen vertailua lähellä toiminta-alueen ylärajaa. Säädinten toimintaa on testattu askelmaisilla muutoksilla vuorollaan kumpaankin asetusarvoon. Säätimen 1 vaste on piirretty sinisellä, säätimen 2 vaste vihreällä ja säätimen 3 vaste punaisella viivalla. Kahdessa ylimmässä kuvassa on prosessin vasteet ja kahdessa alimmassa kuvassa vastaavat ohjaukset.



Kuva 6.9 Säätimen 1 testaus koko toiminta-alueella. Kummallekin asetusravolle on annettu viiden askeen askelmuutoksia vuorotellen toisen asetusravon pysyessä vakioarvossa. Mittaukset on piirretty y_1 sinisellä ja y_2 vihreällä viivalla.

Mallin aikavakion τ_{12} vaikutus säätimen parametreihin

Mallin suurin epävarmuus kohdistui aikavakioon τ_{12} . Voidaanko säätimen ylikompensoimista ristikkäisvaikutuksessa $u_2 \rightarrow y_1$ selittää parametrin τ_{12} huonolla mallinnuksella?

Tarkastellaan toimintapistettä $p_u(4)$. Oletetaan, että kaikki muut mallin parametrit on mallinnettu oikein, mutta aikavakio τ_{12} on liian pieni (ks. kuva 5.4). Oletetaan, että aikavakion τ_{12} oikea arvo olisi ollut 140 eikä mallinnettu 75.7. Koska τ_{12} vaikuttaa vain

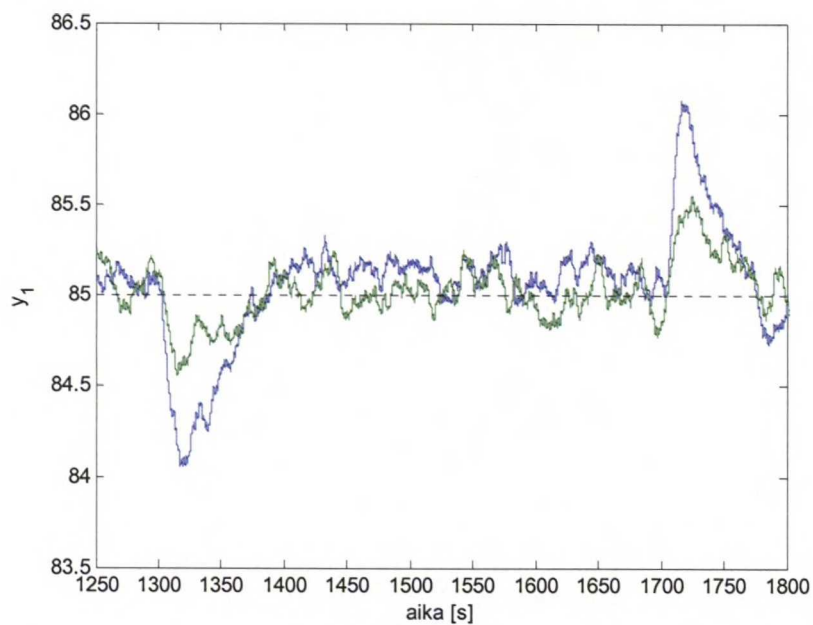
matriisiin P eikä matriisiin T , muuttuu vain säätimen vahvistusosan kerroin matriisi K . Lasketaan K :n arvo kummassakin tapauksessa.

$$K_{\tau_{12}=75.7}^{(4)} = \begin{bmatrix} 1.312 & -0.686 \\ -1.705 & 2.435 \end{bmatrix}$$

$$K_{\tau_{12}=140}^{(4)} = \begin{bmatrix} 1.312 & -0.371 \\ -1.705 & 2.435 \end{bmatrix} \cdot 0.79$$

Nähdään, että aikavakion τ_{12} muuttuminen vaikutti alkioon K_{12} sekä koko matriisin skaalaukseen. Skaalauksen vaikutus poistuu hienovirityksen yhteydessä. Mikä vaikutus sitten parametrillä K_{12} on askelmuutostilanteissa? Jos askelmuutos tehdään asetusarvoon 1 ja asetusarvo 2 pidetään vakiona (eli erosuure 1 kasvaa, erosuure 2 on nolla), ei parametrin muuttumisella ole mitään vaikutusta säätimen nopeuteen eikä ristikkäisvaikutukseen. Jos taas tehdään askelmuutos toisin päin, K_{12} :n arvo kertoo kasvanutta erosuuretta 2 kompensoiden ristikkäisvaikutusta. Koska K_{12} pienentyi, kompensoiminen vähenee. Säädinten testauksessa toiminta-alueen keskivaiheilla huomattiin, että säätimet 1 ja 2 ylikompensoivat ristikkäisvaikutusta $u_2 \rightarrow y_1$. Voisi siis olettaa, että aikavakio τ_{12} on mallinnettu liian pieneksi askelvastekokeissa.

Testataan säädintä 2 oikealla prosessilla siten, että muutetaan säätimen K_{12} parametria vastaamaan aikavakiota $\tau_{12} = 140$. Kuvaan 6.10 on piirretty testaus, jossa säädintä 2 testattiin muutetulla parametrillä K_{12} ja alkuperäisellä parametrillä. Hetkillä $t = 1300$ ja 1700 s tehtiin askelmuutos asetusarvoon 2. Kuvaan on piirretty ainoastaan y_1 . Alkuperäinen mittausta on piirretty sinisellä ja muutettu viritys vihreällä viivalla. Parametrin K_{12} pienentäminen paransi huomattavasti säätimen kompensointia, kun askelmuutos tehtiin asetusarvoon 2. Ristikkäisvaikutus oli alle puolet alkuperäisestä. Säädin edelleen ylikompensoi, mutta vaikutus on pienempi. Johtopäätöksenä voidaan todeta, että mallinnetun parametrin τ_{12} arvo oli selvästi pienempi kuin sen todellinen arvo toimintapisteessä $p_u(4)$.



Kuva 6.10 Säätimen 2 testaus alkuperäisellä ja muutetulla parametrilla K_{12} . Alkuperäinen mittaus on piirretty sinisellä ja uusi mittaus vihreällä viivalla. Hetkillä $t = 1300$ ja 1700 s askelmuutos tehtiin asetusarvoon 2. Ainoastaan y_1 on piirretty kuvaan.

Luku 7

Yhteenveto

Työssä tutkittiin sumean logiikan käyttöä monimuuttujasäädön vahvistustaulukointiin. Menetelmää vertailtiin yhteen toimintapisteeseen viritetyn MIMO PI-säätimen ja yksikösäätimin toteutettuun säätöön. Säätimiä testattiin sekä simuloimalla yksinkertaista epälineaarista monimuuttujamallia että ohjaamalla todellista lämmitysprosessia.

Sumeaa logiikkaa on käytetty jo pitkään eräänä ratkaisuna monimutkaisten prosessien säädössä. Sitä on sovellettu niin epälineaaristen kuin monimuuttujajärjestelmienkin säätöön [18]. Kuitenkaan, kun kyseessä on monimuuttujajärjestelmä, joka on lisäksi epälineaarinen, ei sumean logiikan säätöratkaisuja kirjallisuudesta löytynyt.

Vahvistustaulukoinnilla tarkoitetaan säätäjän virittämistä useassa prosessin toimintapisteessä ja säätäjän parametrien keräämistä taulukkoon. Säädettäessä prosessia tutkitaan jollain tapaa prosessin toimintatilaa ja valitaan oikeat arvot taulukosta säätimen parametreiksi. Tässä työssä testatun säätimen rakenteeksi valittiin PI-säädin, joka on hyvin tunnettu ja yleisesti käytetty.

Menetelmän mukaisen säätimen rakentaminen epälineaariselle monimuuttujajärjestelmälle käsitti kolme vaihetta: prosessin toimintapisteiden sijaintien määrittämisen, lineaarisen MIMO PI-säätimen virittämisen jokaisessa toimintapisteessä ja sumean päättelyn muodostamisen säätimen parametrien valitsemiseksi.

Prosessin toimintapisteiden määrittäminen epälineaariselle monimuuttujajärjestelmälle voi olla hankalaa. Järjestelmän epälineaarisuus voi rajoittaa usein vain tiettyyn osaan

prosessia, ja aluksi onkin selvitettävä, mitkä muuttujat vaikuttavat epälineaarisuuteen. Jos epälineaarisuuteen vaikuttaa vain yksi muuttuja (esim. prosessin ohjaus tai mittaus) ja epälineaarisuuden muoto tunnetaan, voidaan toimintapisteet valita niin, että epälineaarisuus voidaan kuvata toimintapisteiden kautta kulkevalla murtoviivalla. Tämä tarkoittaa toimintapisteiden tiheämpää valintaa toiminta-alueen sellaisilta alueilta, joilla epälineaarisuus muuttuu jyrkimmin. Monimuuttujajärjestelmillä usein useampi muuttuja vaikuttaa järjestelmän epälineaarisuuteen. Kahden muuttujan tapauksessa epälineaarisuus kuvataan jo pintana, ja jos muuttujia on enemmän toimintapisteiden valinta vaikeutuu entisestään.

Simuloidussa esimerkissä ja säädinten testauksessa todellisella prosessilla toimintapisteiden valintaa yksinkertaistettiin siten, että vaikka kummassakin tapauksessa kyseessä oli monimuuttujajärjestelmä, sen epälineaarisuus määräytyi vain yhden muuttujan, mittausten keskiarvon, perusteella. Simulointimallin epälineaarisuus oli valmiiksi jo tiedossa, jolloin toimintapisteiden valinta oli yksinkertaista, mutta todellisen prosessin epälineaarisuus ennen askelvastekokeiden suorittamista ei ollut tiedossa. Askelvastekokeet todelliselle prosessille suoritettiinkin niin, että ohjaussignaalia kasvatettiin tasavälein. Mallinnetuista parametreista (ks. kuva 5.4) nähtiin, että useamman askelkokeen suorittaminen, erityisesti toimintapisteiden 4 ympärillä, olisi todennäköisesti antanut paremman kuvan prosessin epälineaarisuuden todellisesta käyttäytymisestä.

Jokaiseen toimintapisteeseen viritettiin lineaarinen säädin. Säätimeksi valittiin MIMO PI-säädin. Säätimen virittäminen tapahtui käyttämällä [13]:ssä esiteltyä viritysmenetelmää, jossa MIMO PI-säädin viritetään tuntemattomalle prosessille yksinkertaisten askelvastekokeiden perusteella. Dekoplaus tehdään säätimen vahvistus- ja integrointiosille (PI-säädin) erikseen. Vahvistusosan dekoplaus tehdään prosessin suurimman taajuuden (askelvastekokeissa nousukulma) perusteella ja integrointiosan dekoplaus tehdään prosessin nollataajuudella (askelvastekokeissa jatkuvuustilan arvon muutos). Simulointimallille säätimien hienoviritys tehtiin käsin kokeilemalla. Todellisen prosessin hienoviritysparametrit optimoitiin käyttämällä prosessimallia.

Sumeaa logiikkaa käytettiin toimintapisteisiin viritettyjen MIMO PI-säätimien parametrien valitsemiseen. Sumean lohkon sisäänmenoina käytettiin prosessin ulostulojen keskiarvoa ja asetusarvon keskiarvoa. Ulostuloina olivat säätimen parametrien arvot. Sumeana päättelynä käytettiin Sugeno-tyyppistä päättelyä, jolloin päättelyn tuloksena oli suoraan säätimen parametrin arvo. Sisäänmenomuuttujien sumeutus toteutettiin yksinkertaisilla kolmiomaisilla jäsenyysfunktioilla. Sumean päättelyn ytimenä toimiva sääntökanta muodostettiin hyvin yksinkertaiseksi siten, että kummallekin sisäänmenolle muodostettiin omat säännöt, ja asetusarvon sääntöjä painotettiin vähemmän.

Muodostetun säätimen toimintaa testattiin yksinkertaisella simulointimallilla ja todellisella lämmitysprosessilla. Molemmat järjestelmät olivat epälineaarisia kahden sisäänmenon ja kahden ulostulon monimuuttujajärjestelmiä. Simulointimallille ja todellisen prosessin mallille suoritettiin ensin analysointi, jolla pyrittiin selvittämään niiden ominaisuuksia ja mahdollisia säädössä esiintyviä ongelmia.

Testauksessa suunniteltua säädintä verrattiin yhden toimintapisteen MIMO PI-säätimeen ja yksikkösäätimin toteutettuun säätöön. Testeissä keskityttiin erityisesti ristikkäisvaikutusten kompensointiin. Tämä tarkoitti tilanteita, joissa toista asetusarvoa muutettiin ja toinen pyrittiin pitämään vakioarvossaan.

Simulointimallilla saadut tulokset osoittivat, että suunnitellulla sumealla vahvistustaulukoinnilla toteutetulla MIMO PI-säätimellä pystyttiin kompensoimaan järjestelmän ristikkäisvaikutukset lähes täysin. Ero näkyi selvästi verrattaessa säätötulosta yksikkösäätimin toteutettuun säätöön. Yhden toimintapisteen MIMO PI-säädin toimi luonnollisesti hyvin säädettäessä prosessia sillä toiminta-alueella, johon säädin oli viritetty. Siirryttäessä toiminta-alueella säätimen kyky kompensoida ristikkäisvaikutuksia heikkeni selvästi.

Todellisella prosessilla saadut tulokset näyttivät samansuuntaisilta kuin simulointimallilla saadut. Suunniteltu säädin pystyi poistamaan ristikkäisvaikutuksen suuntaan $u_1 \rightarrow y_2$ lähes täydellisesti, mutta toiseen suuntaan $u_2 \rightarrow y_1$ tämä ei onnistunut. Säädin, kuten yhden toimintapisteen MIMO PI-säädin, ylikompensoi ristikkäisvaikutusta toiminta-alueen keskivaiheilla ja ylärajalla.

Mallin aikavakion τ_{12} vaikutusta säätimen parametreihin tutkittiin, koska arvo poikkesi selvästi muista toimintapisteissä $p_u(4)$. Todettiin, että jos aikavakio olisi mallinnettu suuremmaksi, olisi se vaikuttanut säätimen käyttäytymiseen siten, että ristikkäisvaikutusta $u_2 \rightarrow y_1$ olisi kompensoitu vähemmän kuin käytetyllä aikavakion arvolla. Testattaessa todellista prosessia muutetuilla säätimen parametreilla todettiin, että ristikkäisvaikutuksen $u_2 \rightarrow y_1$ ylikompensointi pieneni eikä muutoksella ollut vaikutusta ristikkäisvaikutukseen $u_1 \rightarrow y_2$. Tästä voitiin päätellä, että mallinnettu parametri τ_{12} toimintapisteessä $p_u(4)$ oli selvästi liian pieni.

Askelvastekokeilla saatuja virheellisiä mallin parametreja ei pystytäkään välttämättä korjaamaan hienovirityksellä. Tämä tarkoittaa, että askelvastekokeet on tehtävä uudelleen ja suunniteltava paremmin, jos säädin ei hienovirityksen jälkeenkään toimi toivotulla tavalla.

Lähdeluettelo

- [1] Alminoja, J. *Sumea logiikka epätahtikoneen ohjauksessa*. Diplomityö. Tampere: Tampereen teknillinen korkeakoulu, Sähkötekniikan osasto, 1993. 57 s. ISBN 951-722-077-4.
- [2] Bristol, E.H. *On a new measure of interaction for multivariable process control*. IEEE Transactions on Automatic Control, 1966. Vol. AC-11, s. 133-134.
- [3] Driankov, D. & Hellendoorn, H. & Reinfrank, M. *An Introduction to Fuzzy Control*. Berlin, Springer-Verlag, 1993. 316 s. ISBN 0-387-56362-8.
- [4] Glad, T. & Ljung, L. *Control Theory - Multivariable and Nonlinear Methods*. Taylor and Francis, 2000. 467 s. ISBN 0-7484-0878-9.
- [5] Isomursu, P. & Niskanen, V. & Carlsson, C. & Eklund, P. *Sumean logiikan mahdollisuudet*. Helsinki: TEKES 34, 1993. 101 s. ISBN 951-47-1930-1.
- [6] Jussila, T.T. & Koivo, H.N. *Tuning of Multivariable PI-controllers for Unknown Delay-Differential Systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 1987. Vol. 32, nro 4, s. 364-368.
- [7] Koivo, H.N. *Tuning of Multivariable PI-Controllers for Unknown Systems with Input Delay*. Automatica, Vol. 21, nro 1, s. 81-91.
- [8] Koivo, H. *Fuzzy Gain Scheduling of MIMO PID Controllers for Nonlinear Multivariable Systems*. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2002. Vol. 1, 6-9 Oct. 2002 s. 320-325.
- [9] Lee, C.C. *Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller – Part I*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1990. Vol. 20, nro 2, s. 404-418.
- [10] Lewis, P.H. & Yang, C. *Basic Control Systems Engineering*. Prentice Hall International, 1997. 341 s. ISBN 0-13-744434-6.
- [11] Menani, S. & Koivo, H. *A comparative study of recent relay autotuning methods of multivariable systems*. International Journal of Systems Science, 2001. Vol. 32, nro 4, s. 455-456.

- [12] Milanovic, J.V. & Duque, A.C. *Identification of Electromechanical Modes and Placement of PSSs Using Relative Gain Array*. IEEE Transactions on Power Systems, 2004. Vol. 19, nro 1, s. 410-417.
- [13] Penttinen, J. & Koivo, H. *Multivariable Tuning Regulators for Unknown Systems*. Automatica, 1980. Vol. 16, nro 4, s. 393-398.
- [14] Shamma, S. & Athans, M. *Gain scheduling: potential hazards and possible remedies*. IEEE, Control Systems Magazine, 1992. Vol. 12, s. 101-107.
- [15] Shinsky, F.G. *Process control systems*. McGraw-Hill, 1988. 526 s. ISBN 0-07-100397-5.
- [16] Skogestad, S. & Postlethwaite, I. *Multivariable Feedback Control – Analysis and Design*. Chichester, Wiley, 1996. 559 s. ISBN 0-471-94277-4, 0-471-94330-4.
- [17] Tantt, J.T. & Cameron, F. & Lisitzin, H. *Experimental comparison of some multivariable PI controller tuning methods*. Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1991. Proceedings. IECON '91, s. 1818-1823.
- [18] Viljamaa, P. *Fuzzy Gain Scheduling and Tuning of Multivariable Fuzzy Control – Methods of Fuzzy Computing in Control Systems*. Väitöskirja. Tampere: Tampereen teknillinen korkeakoulu, 2000. 104 [60] s. ISBN 952-15-0409-9 (nid.).
- [19] Viljamaa, P. *Sumean säätäjän viritys*. Diplomityö. Tampere: Tampereen teknillinen korkeakoulu, Sähkötekniikan laitos, 1992. 52 s.
- [20] Zadeh, L.A. *Fuzzy Sets*. Information and Control, 1965. Vol. 8, s. 338-353.
- [21] Zadeh, L.A. *Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1973. Vol. 3, nro 1, s. 28-44.
- [22] Åström, K.J. & Wittenmark, B. *Adaptive Control*. 2nd ed. Reading, Addison-Wesley, 1995. 574 s. ISBN 0-201-55866-1.